

13.6 1)

Έστω $M(x, y)$ ένα τυχαίο σημείο του ζητούμενου γεωμετρικού τόπου. Τότε

$$d(M, \varepsilon_1) = 2 \cdot d(M, \varepsilon_2) \Rightarrow \frac{|x-2y|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}} = 2 \frac{|x+2y|}{\sqrt{1^2+2^2}} \Rightarrow |x-2y| = 2|x+2y| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-2y = 2(x+2y) \Rightarrow x-2y = 2x+4y \Rightarrow -x-6y = 0 \Rightarrow x+6y = 0 \\ \text{ή} \\ x-2y = -2(x+2y) \Rightarrow x-2y = -2x-4y \Rightarrow 3x+2y = 0 \end{cases}$$

Άρα ο ζητούμενος γεωμετρικός τόπος είναι οι ευθείες $x+6y=0$ και $3x+2y=0$

13.6 2)

Έστω : $M(x, y)$ ένα τυχαίο σημείο του ζητούμενου γεωμετρικού τόπου. Τότε

$$d(M, \varepsilon_1) = d(M, \varepsilon_2) \Rightarrow \frac{|x+y|}{\sqrt{1^2+1^2}} = 2 \frac{|x-y-4|}{\sqrt{1^2+1^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |x+y| = 2|x-y-4| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y = 2x-2y-8 \\ \text{ή} \\ x+y = -2x+2y+8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-3y-8=0 \\ \text{ή} \\ 3x-y-8=0 \end{cases}$$

Άρα ο ζητούμενος γεωμετρικός τόπος είναι οι ευθείες $x-3y-8=0$ και $3x-y-8=0$

13.6 3)

Έστω : $M(x, y)$ ένα τυχαίο σημείο του ζητούμενου γεωμετρικού τόπου. Τότε

$$3d(M, \varepsilon_1) = 2d(M, \varepsilon_2) \Rightarrow 3 \frac{|y+2x|}{\sqrt{1^2+2^2}} = 2 \frac{|y-2x-1|}{\sqrt{1^2+2^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3|y+2x| = 2|y-2x-1| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3y+6x = 2y-4x-2 \\ \text{ή} \\ 3y+6x = -2y+4x+2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10x+y+2=0 \\ \text{ή} \\ 2x+5y-2=0 \end{cases}$$

Άρα ο ζητούμενος γεωμετρικός τόπος είναι οι ευθείες $10x+y+2=0$ και $2x+5y-2=0$