

13.5 1)

α) Είναι $\lambda_{\varepsilon_1} = \frac{\text{τύπος } \lambda = -\frac{A}{B}}{-\frac{1}{1}} = -1$ και $\lambda_{\varepsilon_2} = \frac{\text{τύπος } \lambda = -\frac{A}{B}}{-\frac{1}{1}} = -1$ οπότε $\lambda_{\varepsilon_1} = \lambda_{\varepsilon_2} \Rightarrow \varepsilon_1 // \varepsilon_2$

- β) Ουσιαστικά ζητείται ο γεωμετρικός τύπος των σημείων που ισαπέχουν από τις ευθείες $\varepsilon_1 : x + y - 1 = 0$ και $\varepsilon_2 : x + y + 3 = 0$ (Τα σημεία της μεσοπαράλληλης δύο ευθειών έχουν ακριβώς την ίδια ιδιότητα που έχουν τα σημεία της διχοτόμου δύο ευθειών. Η διαφορά είναι ότι για να έχω μεσοπαράλληλη πρέπει οι δύο ευθείες να είναι παράλληλες ενώ για να έχω διχοτόμο πρέπει οι δύο ευθείες να είναι τεμνόμενες). Επομένως συνεχίζουμε όπως στην προηγούμενη άσκηση

Έστω $M(x, y)$ ένα τυχαίο σημείο του ζητούμενου γεωμετρικού τόπου. Τότε

$$d(M, \varepsilon_1) = d(M, \varepsilon_2) \Rightarrow \frac{|x + y - 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{|x + y + 3|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} \Rightarrow \frac{|x + y - 1|}{\sqrt{2}} = \frac{|x + y + 3|}{\sqrt{2}} \Rightarrow |x + y - 1| = |x + y + 3| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y - 1 = x + y + 3 \Rightarrow -1 = 3 & \text{αδύνατη} \\ \text{ή} \\ x + y - 1 = -(x + y + 3) \Rightarrow x + y - 1 = -x - y - 3 \Rightarrow 2x + 2y + 2 = 0 \Rightarrow x + y + 1 = 0 \end{cases}$$

Άρα η μεσοπαράλληλη των ευθειών ε_1 και ε_2 είναι η ευθεία $x + y + 1 = 0$

13.5 2)

α) Είναι : $\lambda_{\varepsilon_1} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$ και $\lambda_{\varepsilon_2} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$. Οπότε : $\lambda_{\varepsilon_1} = \lambda_{\varepsilon_2} \Rightarrow \varepsilon_1 // \varepsilon_2$

- β) Ουσιαστικά ζητείται ο γεωμετρικός τύπος των σημείων που ισαπέχουν από τις ευθείες : $\varepsilon_1 : x - 2y + 1 = 0$ και $\varepsilon_2 : 2x - 4y + 3 = 0$

Έστω $M(x, y)$ ένα τυχαίο σημείο του ζητούμενου γεωμετρικού τόπου. Τότε

$$d(M, \varepsilon_1) = d(M, \varepsilon_2) \Rightarrow \frac{|x - 2y + 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{|2x - 4y + 3|}{\sqrt{2^2 + 4^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{|x - 2y + 1|}{\sqrt{5}} = \frac{|2x - 4y + 3|}{2\sqrt{5}} \Rightarrow |2x - 4y + 3| = 2|x - 2y + 1| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - 4y + 3 = 2x - 4y + 2 & \Rightarrow 3 = 2 \\ \text{ή} & \Rightarrow \text{ή} \\ 2x - 4y + 3 = -2x + 4y - 2 & \Rightarrow 4x - 8y + 5 = 0 \end{cases} \quad \text{ΑΔΥΝΑΤΗ}$$

Άρα η μεσοπαράλληλη των ευθειών ε_1 και ε_2 είναι η ευθεία $4x - 8y + 5 = 0$

13.5 3)

α) Είναι : $\lambda_{\varepsilon_1} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$ και $\lambda_{\varepsilon_2} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$. Οπότε : $\lambda_{\varepsilon_1} = \lambda_{\varepsilon_2} \Rightarrow \varepsilon_1 // \varepsilon_2$

- β) Ουσιαστικά ζητείται ο γεωμετρικός τύπος των σημείων που ισαπέχουν από τις ευθείες : $\varepsilon_1 : x + 2y - 3 = 0$ και $\varepsilon_2 : 2x + 4y - 7 = 0$

Έστω $M(x, y)$ ένα τυχαίο σημείο του ζητούμενου γεωμετρικού τόπου. Τότε

$$d(M, \varepsilon_1) = d(M, \varepsilon_2) \Rightarrow \frac{|x + 2y - 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{|2x + 4y - 7|}{\sqrt{2^2 + 4^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{|x + 2y - 3|}{\sqrt{5}} = \frac{|2x + 4y - 7|}{2\sqrt{5}} \Rightarrow 2|x + 2y - 3| = |2x + 4y - 7| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x+4y-7=2x+4y-6 \\ \text{ή} \\ 2x+4y-7=-2x-4y+6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -7=-6 \\ \text{ή} \\ 4x+8y-13=0 \end{cases} \quad \text{ΑΔΥΝΑΤΗ}$$

Άρα η μεσοπαράλληλη των ευθειών ε_1 και ε_2 είναι η ευθεία $4x+8y-13=0$