

13.4 1)

Ουσιαστικά ζητείται ο γεωμετρικός τόπος των σημείων που ισαπέχουν από τις ευθείες $\varepsilon_1: x - 3y + 3 = 0$ και $\varepsilon_2: 6x - 2y - 1 = 0$. Επομένως συνεχίζουμε όπως στην προηγούμενη άσκηση

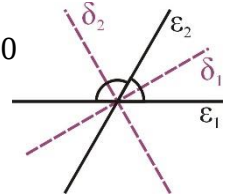
Έστω $M(x, y)$ ένα τυχαίο σημείο του ζητούμενου γεωμετρικού τόπου. Τότε

$$d(M, \varepsilon_1) = d(M, \varepsilon_2) \Rightarrow \frac{|x - 3y + 3|}{\sqrt{1^2 + (-3)^2}} = \frac{|6x - 2y - 1|}{\sqrt{6^2 + 2^2}} \Rightarrow \frac{|x - 3y + 3|}{\sqrt{10}} = \frac{|6x - 2y - 1|}{\sqrt{40}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |6x - 2y - 1| = 2|x - 3y + 3| \Rightarrow \begin{cases} 6x - 2y - 1 = 2(x - 3y + 3) \Rightarrow \dots \Rightarrow 4x + 4y - 7 = 0 \\ \text{ή} \\ 6x - 2y - 1 = -2(x - 3y + 3) \Rightarrow \dots \Rightarrow 8x - 8y + 5 = 0 \end{cases}$$

Άρα οι ζητούμενοι διχοτόμοι είναι οι ευθείες $4x + 4y - 7 = 0$ και $8x - 8y + 5 = 0$

Βρήκαμε δύο διχοτόμους, διότι δύο ευθείες σχηματίζουν όχι μία αλλά δύο γωνίες (και μάλιστα παραπληρωματικές)



13.4 2)

Ουσιαστικά ζητείται ο γεωμετρικός τόπος των σημείων που ισαπέχουν από τις ευθείες: $\varepsilon_1: 9x + 12y - 1 = 0$ και $\varepsilon_2: 4x - 3y + 2 = 0$

Έστω $M(x, y)$ ένα τυχαίο σημείο του ζητούμενου γεωμετρικού τόπου. Τότε

$$d(M, \varepsilon_1) = d(M, \varepsilon_2) \Rightarrow \frac{|9x + 12y - 1|}{\sqrt{9^2 + 12^2}} = \frac{|4x - 3y + 2|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} \Rightarrow |9x + 12y - 1| = 3|4x - 3y + 2| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 9x + 12y - 1 = 12x - 9y + 6 \\ \text{ή} \\ 9x + 12y - 1 = -12x - 9y - 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 21y + 7 = 0 \\ \text{ή} \\ 21x + 3y + 5 = 0 \end{cases}$$

Άρα οι ζητούμενοι διχοτόμοι είναι οι ευθείες: $3x - 21y + 7 = 0$ και $21x + 3y + 5 = 0$

13.4 3)

Ουσιαστικά ζητείται ο γεωμετρικός τόπος των σημείων που ισαπέχουν από τις ευθείες:

$\varepsilon_1: 2x + y - 5 = 0$ και $\varepsilon_2: 2x - y + 1 = 0$

Έστω $M(x, y)$ ένα τυχαίο σημείο του ζητούμενου γεωμετρικού τόπου. Τότε

$$d(M, \varepsilon_1) = d(M, \varepsilon_2) \Rightarrow \frac{|2x + y - 5|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{|2x - y + 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} \Rightarrow |2x + y - 5| = |2x - y + 1| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x + y - 5 = 2x - y + 1 \\ \text{ή} \\ 2x + y - 5 = -2x + y - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3 \\ \text{ή} \\ x = 1 \end{cases}$$

Άρα οι ζητούμενοι διχοτόμοι είναι οι ευθείες: $y = 3$ και $x = 1$

13.4 4)

Ουσιαστικά ζητείται ο γεωμετρικός τόπος των σημείων που ισαπέχουν από τις ευθείες:

$\varepsilon_1: x = -7$ και $\varepsilon_2: y = -1$

Έστω $M(x, y)$ ένα τυχαίο σημείο του ζητούμενου γεωμετρικού τόπου. Τότε

$$d(M, \varepsilon_1) = d(M, \varepsilon_2) \Rightarrow \frac{|x + 7|}{\sqrt{1^2}} = \frac{|y + 1|}{\sqrt{1^2}} \Rightarrow |x + 7| = |y + 1| \Rightarrow \begin{cases} x + 7 = y + 1 \\ \text{ή} \\ x + 7 = -y - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y + 6 = 0 \\ \text{ή} \\ x + y + 8 = 0 \end{cases}$$

Άρα οι ζητούμενοι διχοτόμοι είναι οι ευθείες : $x - y + 6 = 0$ και $x + y + 8 = 0$