

13.3 1)

Έστω $M(x, y)$ ένα τυχαίο σημείο του ζητούμενου γεωμετρικού τόπου. Τότε

$$d(M, \varepsilon_1) = d(M, \varepsilon_2) \Rightarrow \frac{|3x+4y+2|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{|8x+6y-3|}{\sqrt{8^2+6^2}} \Rightarrow \frac{|3x+4y+2|}{5} = \frac{|8x+6y-3|}{10} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |8x+6y-3| = 2|3x+4y+2| \Rightarrow \begin{cases} 8x+6y-3 = 2(3x+4y+2) \Rightarrow \dots \Rightarrow 2x-2y-7=0 \\ \text{ή} \\ 8x+6y-3 = -2(3x+4y+2) \Rightarrow \dots \Rightarrow 14x+14y+1=0 \end{cases}$$

Άρα ο ζητούμενος γεωμετρικός τόπος είναι οι ευθείες $2x-2y-7=0$ και $14x+14y+1=0$

13.3 2)

Έστω $M(x, y)$ ένα τυχαίο σημείο του ζητούμενου γεωμετρικού τόπου. Τότε

$$d(M, \varepsilon_1) = d(M, \varepsilon_2) \Rightarrow \frac{|2x+y-1|}{\sqrt{2^2+1^2}} = \frac{|2x+4y+3|}{\sqrt{2^2+4^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2|2x+y-1| = |2x+4y+3| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x+4y+3 = 4x+2y-2 \\ \text{ή} \\ 2x+4y+3 = -4x-2y+2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-2y-5=0 \\ \text{ή} \\ 6x+6y+1=0 \end{cases}$$

Άρα ο ζητούμενος γεωμετρικός τόπος είναι οι ευθείες : $2x-2y-5=0$ και $6x+6y+1=0$

13.3 3)

Έστω $M(x, y)$ ένα τυχαίο σημείο του ζητούμενου γεωμετρικού τόπου. Τότε

$$d(M, \varepsilon_1) = d(M, \varepsilon_2) \Rightarrow \frac{|x-y-4|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{|7x+y+2|}{\sqrt{7^2+1^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{|x-y-4|}{\sqrt{2}} = \frac{|7x+y+2|}{5\sqrt{2}} \Rightarrow |7x+y+2| = 5|x-y-4| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 7x+y+2 = 5x-5y-20 \\ \text{ή} \\ 7x+y+2 = -5x+5y+20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+6y+22=0 \\ \text{ή} \\ 12x-4y-18=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+3y+11=0 \\ \text{ή} \\ 6x-2y-9=0 \end{cases}$$

Άρα ο ζητούμενος γεωμετρικός τόπος είναι οι ευθείες : $x+3y+11=0$ και $6x-2y-9=0$

13.3 4)

Έστω $M(x, y)$ ένα τυχαίο σημείο του ζητούμενου γεωμετρικού τόπου. Τότε

$$d(M, \varepsilon_1) = d(M, \varepsilon_2) \Rightarrow \frac{|x-3|}{\sqrt{1^2}} = \frac{|3x-4y-2|}{\sqrt{3^2+4^2}} \Rightarrow 5|x-3| = |3x-4y-2| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x-4y-2 = 5x-15 \\ \text{ή} \\ 3x-4y-2 = -5x+15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+4y-13=0 \\ \text{ή} \\ 8x-4y-17=0 \end{cases}$$

Άρα ο ζητούμενος γεωμετρικός τόπος είναι οι ευθείες : $2x+4y-13=0$ και $8x-4y-17=0$