

10.5 1)

Το σημείο Μ έχει συντεταγμένες

$$M\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right) \equiv M\left(\frac{-2+4}{2}, \frac{3-5}{2}\right) \equiv M(1, -1)$$

Η διάμεσος ΓΜ έχει συντελεστή διεύθυνσης

$$\lambda_{\Gamma M} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{6+1}{2-1} = 7 \text{ οπότε η ευθεία AB (που διέρχεται πχ από το } \Gamma(2, 6)) \text{ έχει εξίσωση}$$

$$y-6=7(x-2) \Rightarrow y-6=7x-14 \Rightarrow y=7x-8$$

10.5 2)

- $AB: \lambda_{AB} = \frac{-1-3}{-3-1} = 1$ οπότε η ευθεία AB έχει εξίσωση

$$y-3=1 \cdot (x-1) \Leftrightarrow y-3=x-1 \Leftrightarrow y=x+2$$

- $B\Gamma: \lambda_{B\Gamma} = \frac{1-(-1)}{5-(-3)} = \frac{1}{4}$ οπότε η ευθεία ΒΓ έχει εξίσωση

$$y-(-1) = \frac{1}{4}(x-(-3)) \Leftrightarrow 4y+4=x+3 \Leftrightarrow x-4y-1=0$$

- $A\Gamma: \lambda_{A\Gamma} = \frac{1-3}{5-1} = \frac{1}{2}$ οπότε η ευθεία ΑΓ έχει εξίσωση

$$y-3 = \frac{1}{2}(x-1) \Leftrightarrow 2y-6=x-1 \Leftrightarrow x+2y-7=0$$

10.5 3)

Το μέσο (έστω Μ) του ΑΒ έχει συντεταγμένες $M\left(\frac{0+4}{2}, \frac{6+2}{2}\right)$ ή $M(2, 4)$

Η ε διέρχεται από τα Γ , Μ. Είναι $\lambda_{\Gamma M} = \frac{4-(-3)}{2-(-1)} = \frac{7}{3}$

Άρα η ευθεία ε έχει εξίσωση $y-4 = \frac{7}{3}(x-2) \Leftrightarrow 3y-12=7x-14 \Leftrightarrow 7x-3y-2=0$

10.5 4)

Η μεσοκάθετος ε διέρχεται από το μέσο Μ της ΑΒ και είναι κάθετη σε αυτήν

Το μέσο Μ έχει συντεταγμένες :

$$M\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right) = M\left(\frac{5-1}{2}, \frac{-4+2}{2}\right) = M(2, -1)$$

Ακόμα , η ΑΒ έχει συντελεστή διεύθυνσης : $\lambda_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2-(-4)}{-1-5} = -1$

Άρα η ε , ως κάθετη στην ΑΒ θα έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = -\frac{1}{\lambda_{AB}} = 1$

Και αφού διέρχεται από το $M(2, -1)$, θα έχει εξίσωση :

$$y-(-1)=1(x-2) \Rightarrow y+1=x-2 \Rightarrow y=x-3$$

10.5 5)

Είναι $AA \perp B\Gamma$ (αφού είναι ύψος)

$$\text{Η ΒΓ έχει συντελεστή διεύθυνσης } \lambda_{\text{ΒΓ}} = \frac{y_{\Gamma} - y_{\text{B}}}{x_{\Gamma} - x_{\text{B}}} = \frac{5-2}{-3-1} = \frac{-3}{4}$$

Άρα η ΑΔ ως κάθετη στην ΒΓ θα έχει συντελεστή διεύθυνσης :

$$\lambda = \frac{-1}{\lambda_{\text{ΒΓ}}} = -\frac{1}{\frac{-3}{4}} = \frac{4}{3}$$

Και αφού διέρχεται από το Α(-4, -6) θα έχει εξίσωση :

$$y - (-6) = \frac{4}{3}(x + 4) \Rightarrow y + 6 = \frac{4}{3}(x + 4) \Rightarrow 3y + 18 = 4x + 16 \Rightarrow 4x - 3y - 2 = 0$$

10.5 6)

α) Έστω Β(x, y)

$$\text{Είναι } \overline{\text{AB}} = \overline{\Delta\Gamma} \Rightarrow (x+2, y-4) = (4-(-4), -2-(-1)) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x+2, y-4) = (8, -1) \Leftrightarrow \begin{cases} x+2=8 \\ y-4=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=3 \end{cases}$$

$$\text{Είναι } \lambda_{\text{ΒΓ}} = \frac{-2-3}{4-6} = \frac{5}{2}$$

Άρα η ευθεία ΒΓ (που διέρχεται π.χ. από το Γ(4, -2)) έχει εξίσωση

$$y + 2 = \frac{5}{2}(x - 4) \Leftrightarrow 2y + 4 = 5x - 20 \Leftrightarrow 5x - 2y - 24 = 0$$

β) Είναι $\lambda_{\text{AB}} = \frac{3-4}{6-(-2)} = -\frac{1}{8}$

Άρα η ευθεία ΑΒ (που διέρχεται π.χ. από το Α(-2, 4)) έχει εξίσωση

$$y - 4 = -\frac{1}{8}(x + 2) \Leftrightarrow 8y - 32 = -x - 2 \Leftrightarrow x + 8y - 30 = 0$$