

α)

- i. Βρίσκουμε την προβολή Π του σημείου A πάνω στην ευθεία (ε) :

Αφού η κλίση της (ε) είναι $\lambda_{\varepsilon} = -1 \Rightarrow \lambda_{A\Pi} = 1$ γιατί η $A\Pi$ είναι κάθετη στην (ε) .

Έτσι η $A\Pi$ έχει εξίσωση $y - 3 = 1(x - 2)$, δηλαδή $A\Pi: y = x + 1$.

Οι συντεταγμένες του σημείου A προκύπτουν από την επίλυση του συστήματος:

$$(\Sigma_1) \begin{cases} y = x + 1 \\ x + y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 1 \\ 2x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Επομένως, $\Pi(-1,0)$.

- ii. Βρίσκουμε το συμμετρικό σημείο $A'(x,y)$:

Το Π είναι το μέσον του ευθύγραμμου τμήματος AA' , και ως εκ τούτου είναι:

$$\begin{cases} \frac{x+2}{2} = -1 \\ \frac{y+3}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -3 \end{cases}, \text{ δηλαδή } A'(-4, -3).$$

β)

- i. Βρίσκουμε την ανακλώμενη ακτίνα (ε_2) , δηλαδή την $A'M$:

Είναι η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία $A'(-4, -3)$ και $M(1,1)$, δηλαδή

$$y - 1 = \frac{-3-1}{-4-1}(x - 1) \Leftrightarrow 4x - 5y + 1 = 0.$$

- ii. Οι συντεταγμένες του σημείου Σ , δηλαδή του σημείου πρόσπτωσης της φωτεινής ακτίνας πάνω στην ευθεία (ε) , προκύπτουν από την επίλυση του συστήματος των ευθειών (ε) και (ε_2) :

$$(\Sigma_2) \begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ 4x - 5y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4x - 4y - 4 = 0 \\ 4x - 5y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ -9y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{1}{3} + 1 = 0 \\ y = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ y = -\frac{1}{3} \end{cases}, \text{ δηλαδή } \Sigma\left(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right).$$

- γ) Βρίσκουμε την προσπίπτουσα ακτίνα (ε_1) , δηλαδή την $A\Sigma$:

Είναι η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία $A(2,3)$ και $\Sigma\left(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)$, δηλαδή

$$y - 3 = \frac{3 + \frac{1}{3}}{2 + \frac{2}{3}}(x - 2) \Leftrightarrow 5x - 4y + 2 = 0.$$