

$$\alpha) \text{ Έχουμε } \begin{cases} \mu^2 - 1 = 0 \\ 3\mu^2 - 2\mu - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mu = 1 \text{ ή } \mu = -1 \\ \mu = 1 \text{ ή } \mu = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

Οι συντελεστές των x και y μηδενίζονται ταυτόχρονα για $\mu = 1$

Άρα για κάθε $\mu \neq 1$, η εξίσωση παριστάνει ευθεία

$$\beta) \text{ i) } \varepsilon // x'x \Rightarrow \mu^2 - 1 = 0 \Rightarrow \mu = -1$$

$$\text{ii) } \varepsilon // y'y \Rightarrow 3\mu^2 - 2\mu - 1 = 0 \Rightarrow \mu = -\frac{1}{3}$$

$$\text{iii) } (0,0) \in \varepsilon \Rightarrow (\mu^2 - 1) \cdot 0 + (3\mu^2 - 2\mu - 1) \cdot 0 - 5\mu^2 + 4\mu + 1 = 0 \Rightarrow -5\mu^2 + 4\mu + 1 = 0 \Rightarrow \mu = -\frac{1}{5}$$

$$\gamma) \bullet \text{ Για } \mu = 0, \text{ προκύπτει η ευθεία : } -x - y + 1 = 0 \quad (2)$$

$$\bullet \text{ Για } \mu = -1, \text{ προκύπτει η ευθεία : } 4y - 8 = 0 \quad (3)$$

Βρίσκουμε το σημείο τομής τους λύνοντας το σύστημα των εξισώσεων (2), (3)

$$\begin{cases} -x - y + 1 = 0 \\ 4y - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases} \text{ άρα οι (2), (3) τέμνονται στο } A(-1, 2)$$

$$\text{Στην (1) : } (\mu^2 - 1) \cdot (-1) + (3\mu^2 - 2\mu - 1) \cdot 2 - 5\mu^2 + 4\mu + 1 = 0 \Rightarrow 0 = 0$$

Που ισχύει για κάθε $\mu (\neq 1)$

Άρα όλες οι ευθείες της εξίσωσης (1) διέρχονται από σταθερό σημείο, το $A(-1, 2)$