

Β ΛΥΚΕΙΟΥ ΘΕΤΙΚΟΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ

10.16 1)

Η ευθεία ε_1 είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{\delta}_1 = (B, -A) = (-6, -2)$

Η ευθεία ε_2 είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{\delta}_2 = (B, -A) = (-2, -4)$

$$\text{Οπότε } \sin(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = \sin(\vec{\delta}_1, \vec{\delta}_2) = \frac{\vec{\delta}_1 \cdot \vec{\delta}_2}{|\vec{\delta}_1| \cdot |\vec{\delta}_2|} = \frac{-6 \cdot (-2) + (-2) \cdot (-4)}{\sqrt{36+4} \cdot \sqrt{4+16}} = \frac{12+8}{\sqrt{40} \sqrt{20}} = \frac{20}{20\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Οπότε η γωνία των ευθειών ε_1 και ε_2 είναι $\frac{\pi}{4}$

10.16 2)

Η ευθεία ε_1 είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{\delta}_1 = (B, -A) = (-3, -1)$

Η ευθεία ε_2 είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{\delta}_2 = (B, -A) = (-1, -2)$

$$\text{Οπότε : } \sin(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = \sin(\vec{\delta}_1, \vec{\delta}_2) = \frac{\vec{\delta}_1 \cdot \vec{\delta}_2}{|\vec{\delta}_1| \cdot |\vec{\delta}_2|} = \frac{(-3)(-1) + (-1)(-2)}{\sqrt{3^2+1^2} \cdot \sqrt{1^2+2^2}} = \frac{5}{\sqrt{50}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Οπότε η γωνία των ε_1 και ε_2 είναι $\frac{\pi}{4}$

10.16 3)

$\varepsilon_1 // \vec{\delta}_1 = (B, -A) = (3, -1)$

$\varepsilon_2 // \vec{\delta}_2 = (B, -A) = (-2, -1)$

$$\text{Οπότε : } \sin(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = \sin(\vec{\delta}_1, \vec{\delta}_2) = \frac{\vec{\delta}_1 \cdot \vec{\delta}_2}{|\vec{\delta}_1| \cdot |\vec{\delta}_2|} = \frac{3(-2) + (-1)(-1)}{\sqrt{3^2+1^2} \cdot \sqrt{2^2+1^2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Οπότε η γωνία των ε_1 και ε_2 είναι $\frac{3\pi}{4}$ (ή $\frac{\pi}{4}$ αφού δεν έχουν προσανατολισμό)

10.16 4)

$\varepsilon_1 // \vec{\delta}_1 = (B, -A) = (-1, -2\sqrt{3})$

$\varepsilon_2 // \vec{\delta}_2 = (B, -A) = (-7, -\sqrt{3})$

$$\begin{aligned} \text{Οπότε : } \sin(\varepsilon_1, \varepsilon_2) &= \sin(\vec{\delta}_1, \vec{\delta}_2) = \frac{\vec{\delta}_1 \cdot \vec{\delta}_2}{|\vec{\delta}_1| \cdot |\vec{\delta}_2|} = \frac{-1(-7) + (-2\sqrt{3})(-\sqrt{3})}{\sqrt{1^2 + (2\sqrt{3})^2} \cdot \sqrt{7^2 + \sqrt{3}^2}} = \\ &= \frac{13}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{52}} = \frac{13}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{4 \cdot 13}} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Οπότε η γωνία των ε_1 και ε_2 είναι $\frac{\pi}{3}$

10.16 5)

$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_1 \perp x'x \\ \varepsilon_2 // x'x \end{array} \right\} \varepsilon_1 \perp \varepsilon_2$ άρα η γωνία των ε_1 και ε_2 είναι $\frac{\pi}{2}$

10.16 6)

$\varepsilon_1 // \vec{\delta}_1 = (1, 0)$

$\varepsilon_2 // \vec{\delta}_2 = (B, -A) = (1, -\sqrt{3})$

$$\text{Οπότε : } \text{συν}\left(\overset{\wedge}{\varepsilon_1}, \varepsilon_2\right) = \text{συν}\left(\overset{\wedge}{\vec{\delta_1}}, \vec{\delta_2}\right) = \frac{\vec{\delta_1} \cdot \vec{\delta_2}}{|\vec{\delta_1}| \cdot |\vec{\delta_2}|} = \frac{1 \cdot 1 - \sqrt{3} \cdot 0}{\sqrt{0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2 + \sqrt{3}^2}} = \frac{1}{2}$$

Οπότε η γωνία των ε_1 και ε_2 είναι $\frac{\pi}{3}$

10.16 7)

$$\varepsilon_1 / \vec{\delta_1} = (0, 1)$$

$$\varepsilon_2 / \vec{\delta_2} = (1, -1)$$

$$\text{Οπότε : } \text{συν}\left(\overset{\wedge}{\varepsilon_1}, \varepsilon_2\right) = \text{συν}\left(\overset{\wedge}{\vec{\delta_1}}, \vec{\delta_2}\right) = \frac{\vec{\delta_1} \cdot \vec{\delta_2}}{|\vec{\delta_1}| \cdot |\vec{\delta_2}|} = \frac{0 \cdot 1 + 1(-1)}{\sqrt{0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Οπότε η γωνία των ε_1 και ε_2 είναι $\frac{\pi}{4}$

10.16 8)

$$\varepsilon_1 / \vec{\delta_1} = (-2, -2\sqrt{3})$$

$$\varepsilon_2 / \vec{\delta_2} = (0, -5)$$

$$\text{Οπότε : } \text{συν}\left(\overset{\wedge}{\varepsilon_1}, \varepsilon_2\right) = \text{συν}\left(\overset{\wedge}{\vec{\delta_1}}, \vec{\delta_2}\right) = \frac{\vec{\delta_1} \cdot \vec{\delta_2}}{|\vec{\delta_1}| \cdot |\vec{\delta_2}|} = \frac{-2 \cdot 0 + (-2\sqrt{3}) \cdot (-5)}{\sqrt{2^2 + (2\sqrt{3})^2} \cdot \sqrt{5^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Οπότε η γωνία των ε_1 και ε_2 είναι $\frac{\pi}{6}$