

20.25

Η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $[0, 2]$ με $f(0) = 1$, $f(1) = 3$ και $f(2) = 2$.

Να αποδειχτεί ότι υπάρχει οριζόντια εφαπτόμενη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με τετμημένη στο διάστημα $(0, 2)$

Η συνάρτηση f

- είναι συνεχής στο διάστημα $[0, 1]$
- $f(0) = 1$
- $f(1) = 3$

Οπότε, σύμφωνα με το θεώρημα ενδιάμεσων τιμών, υπάρχει $x_0 \in (0, 1)$ τέτοιο ώστε $f(x_0) = 2$

Έτσι τώρα η συνάρτηση f

- είναι συνεχής στο διάστημα $[x_0, 2]$
- είναι παραγωγίσιμη στο διάστημα $(x_0, 2)$
- $f(x_0) = f(2) = 2$

Οπότε σύμφωνα με το θεώρημα Rolle υπάρχει $\xi \in (x_0, 2)$ άρα $\xi \in (0, 2)$ τέτοιο ώστε $f'(\xi) = 0$ που σημαίνει ότι η γραφική παράσταση της f στο σημείο $(\xi, f(\xi))$ έχει εφαπτόμενη παράλληλη στον άξονα $x'x$