

Γ ΛΥΚΕΙΟΥ ΜΕΡΟΣ Α

9.5 1)

Έχουμε

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (2 - x^3) = 2 - 0^3 = 2$$

και

$$f(0) = \alpha^2 - \alpha$$

Επομένως, για να είναι η f συνεχής στο $x_0 = 0$, θα πρέπει

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)} \Rightarrow 2 = \alpha^2 - \alpha \Rightarrow \alpha^2 - \alpha - 2 = 0 \stackrel{\Delta=9, \alpha_1=-1, \alpha_2=2}{\Rightarrow} \boxed{\alpha = -1 \text{ ή } \alpha = 2}$$

9.5 2)

Έχουμε

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (2x - 3) = 2 \cdot 2 - 3 = 1$$

και

$$f(2) = \alpha$$

Επομένως, για να είναι η f συνεχής στο $x_0 = 2$, θα πρέπει

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)} \Rightarrow \boxed{\alpha = 1}$$

9.5 3)

Έχουμε

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} (4x - 1) = 4 \cdot (-1) - 1 = -5$$

και

$$f(-1) = 2\alpha + 5$$

Επομένως, για να είναι η f συνεχής στο $x_0 = -1$, θα πρέπει

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = f(-1)} \Rightarrow -5 = 2\alpha + 5 \Rightarrow 2\alpha = -10 \Rightarrow \boxed{\alpha = -5}$$

9.5 4)

Έχουμε

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{x-1}} = 1 + 1 = 2$$

και

$$f(1) = \alpha$$

Επομένως, για να είναι η f συνεχής στο $x_0 = 1$, θα πρέπει

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)} \Rightarrow \boxed{\alpha = 2}$$

9.5 5)

Έχουμε

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x+1) = 1+1 = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (3-\alpha x) = 3-\alpha$$

και

$$f(1) = 2$$

Επομένως, για να είναι η f συνεχής στο $x_0 = 1$, θα πρέπει

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1)} \Rightarrow 3-\alpha = 2 \Rightarrow \boxed{\alpha = 1}$$

9.5 6)

Έχουμε

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 4}{2x - 4} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{2\cancel{(x-2)}} = \frac{2+2}{2} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (3\alpha x + 8) = 3\alpha \cdot 2 + 8 = 6\alpha + 8$$

και

$$f(2) = 3\alpha \cdot 2 + 8 = 6\alpha + 8$$

Επομένως, για να είναι η f συνεχής στο $x_0 = 2$, θα πρέπει

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2)} \Rightarrow 6\alpha + 8 = 2 \Rightarrow 6\alpha = -6 \Rightarrow \boxed{\alpha = -1}$$

9.5 7)

Έχουμε

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} (2x + \alpha^2) = \alpha^2 - 4$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} (\alpha x - 1) = -2\alpha - 1$$

και

$$f(-2) = -2\alpha - 1$$

Επομένως, για να είναι η f συνεχής στο $x_0 = -2$, θα πρέπει

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = f(-2)} \Rightarrow \alpha^2 - 4 = -2\alpha - 1 \Rightarrow \alpha^2 + 2\alpha - 3 = 0$$

$$\Delta = 4 + 12 = 16, \alpha_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm 4}{2} \Rightarrow \begin{matrix} \nearrow \alpha_1 = \frac{-2+4}{2} = 1 \\ \searrow \alpha_2 = \frac{-2-4}{2} = -3 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \alpha = 1 \text{ ή } \alpha = -3$$