

25.19 1)

Έστω x ο ένας αριθμός και y ο άλλος. Τότε $x + y = 12 \Rightarrow y = 12 - x$

Οπότε το άθροισμα των τετραγώνων είναι $f(x) = x^2 + (12 - x)^2$, $x \in \mathbb{R}$

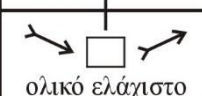
Η f ως πολωνυμική είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με

$$f'(x) = 2x - 2(12 - x) = 2x - 24 + 2x = 4x - 24 = 4(x - 6)$$

Οπότε η $f'(x)$ μηδενίζεται στο $x_0 = 6$

Από τον διπλανό πίνακα προκύπτει ότι η f παρουσιάζει ολικό ελάχιστο στο $x_0 = 6$ (δεν ενδιαφέρει ποιο είναι αυτό)

Επομένως και το άθροισμα των τετραγώνων των δύο αριθμών γίνεται ελάχιστο για $x = 6$ και $y = 12 - 6 \Rightarrow y = 6$

x	$-\infty$	6	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			
	ολικό ελάχιστο		

25.19 2)

Έστω x ο ένας αριθμός και y ο άλλος. Τότε $x + y = 20 \Rightarrow y = 20 - x$

Οπότε το άθροισμα των τετραγώνων των δύο αριθμών θα είναι

$$f(x) = x^2 + (20 - x)^2, x \in \mathbb{R}$$

Μένει τώρα να δούμε που παρουσιάζει ολικό ελάχιστο η f

Η f ως πολωνυμική είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με

$$f'(x) = 2x - 2(20 - x) = 2x - 40 + 2x = 4x - 40 = 4(x - 10)$$

Έτσι η f' μηδενίζεται στο $x_0 = 10$

Τα πρόσημα της f' , η μονοτονία και τα ακρότατα της f φαίνονται στον παρακάτω πίνακα μονοτονίας

x	$-\infty$	10	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			
	ολικό ελάχιστο		

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι η f παρουσιάζει ολικό ελάχιστο στο $x_0 = 10$ (δεν ενδιαφέρει ποιο είναι αυτό)

Επομένως και το άθροισμα των τετραγώνων των δύο αριθμών γίνεται ελάχιστο για

$$\boxed{x = 10} \text{ και } y = 20 - 10 \Rightarrow \boxed{y = 10}$$

25.19 3)

Έστω x ο ένας αριθμός και y ο άλλος. Τότε $x + y = 2\kappa \Rightarrow y = 2\kappa - x$

Οπότε το άθροισμα των τετραγώνων των δύο αριθμών θα είναι

$$f(x) = x^2 + (2\kappa - x)^2, x \in \mathbb{R}$$

Μένει τώρα να δούμε που παρουσιάζει ολικό ελάχιστο η f

Η f ως πολωνυμική είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με

$$f'(x) = 2x - 2(2\kappa - x) = 2x - 4\kappa + 2x = 4x - 4\kappa = 4(x - \kappa)$$

Έτσι η f' μηδενίζεται στο $x_0 = \kappa$

Τα πρόσημα της f' , η μονοτονία και τα ακρότατα της f φαίνονται στον παρακάτω πίνακα μονοτονίας

x	$-\infty$	κ	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$\emptyset$	$+$
$f(x)$			

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι η f παρουσιάζει ολικό ελάχιστο στο $x_0 = \kappa$ (δεν ενδιαφέρει ποιο είναι αυτό)

Επομένως και το άθροισμα των τετραγώνων των δύο αριθμών γίνεται ελάχιστο για

$$\boxed{x = \kappa} \quad \text{και} \quad y = 2\kappa - \kappa \Rightarrow \boxed{y = \kappa}$$