

25.1 1)

- α) Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πολωνυμική, με $f'(x) = 4x^3 - 16x \Rightarrow f'(x) = 4x(x^2 - 4) \Rightarrow f'(x) = 4x(x - 2)(x + 2)$

Είναι $f'(x) = 0 \Rightarrow x = -2$ ή $x = 0$ ή $x = 2$

Τα πρόσημα της f' η μονοτονία και τα ακρότατα της f φαίνονται στον διπλανό πίνακα

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$		-15 τε	1 τμ	-15 τε	

Άρα η f έχει

τοπικό ελάχιστο στο $x_1 = -2$ ίσο με $f(-2) = -15$

τοπικό μέγιστο στο $x_2 = 0$ ίσο με $f(0) = 1$

τοπικό ελάχιστο στο $x_3 = 2$ ίσο με $f(2) = -15$

- β) Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πολωνυμική, με

$$f'(x) = 2(x+1)(x-4)^3 + 3(x+1)^2(x-4)^2 =$$

$$= (x+1)(x-4)^2(2x-8+3x+3) = (x+1)(x-4)^2(5x-5) =$$

$$= 5(x+1)(x-4)^2(x-1)$$

Είναι $f'(x) = 0 \Rightarrow x = -1$ ή $x = 1$ ή $x = 4$

Τα πρόσημα της f' η μονοτονία και τα ακρότατα της f φαίνονται στον διπλανό πίνακα

x	$-\infty$	-1	1	4	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$		0 τμ	-108 τε		

Άρα η f έχει

τοπικό μέγιστο στο $x_1 = -1$ ίσο με $f(-1) = 0$

τοπικό ελάχιστο στο $x_2 = 1$ ίσο με $f(1) = -108$

25.1 2)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πολωνυμική, με

$$f'(x) = 2x - 4 \Rightarrow f'(x) = 2(x - 2)$$

Είναι $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 2$

Τα πρόσημα της f' η μονοτονία και τα ακρότατα της φαίνονται στον παρακάτω πίνακα

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$		-3	

Άρα η f έχει

τοπικό ελάχιστο στο $x_0 = 2$ ίσο με $f(2) = -3$

25.1 3)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πολωνυμική, με

$$f'(x) = -2x - 6 = -2(x + 3)$$

Είναι $f'(x) = 0 \Rightarrow x = -3$

Τα πρόσημα της f' η μονοτονία και τα ακρότατα της f φαίνονται στον διπλανό πίνακα

Άρα η f έχει

τοπικό μέγιστο στο $x_0 = -3$ ίσο με $f(-3) = 7$

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			
		7 τμ	

25.1 4)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πολυωνυμική, με

$$f'(x) = -6x^2 + 6 = -6(x^2 - 1) = -6(x-1)(x+1)$$

$$\text{Είναι } f'(x) = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ ή } x = 1$$

Τα πρόσημα της f' η μονοτονία και τα ακρότατα της φαίνονται στον παρακάτω πίνακα

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$					
		-3	5		

Άρα η f έχει

τοπικό ελάχιστο στο $x_1 = -1$ ίσο με $f(-1) = -3$

τοπικό μέγιστο στο $x_2 = 1$ ίσο με $f(1) = 5$

25.1 5)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πολυωνυμική, με

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$$

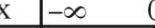
$$\text{Είναι } f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ ή } x = 2$$

Τα πρόσημα της f' η μονοτονία και τα ακρότατα της f φαίνονται στον διπλανό πίνακα

Άρα η f έχει

τοπικό μέγιστο στο $x_1 = 0$ ίσο με $f(0) = 5$

τοπικό ελάχιστο στο $x_2 = 2$ ίσο με $f(2) = 1$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
f'(x)	+	0	-	0	+
f(x)					
		5 τμ	1 τε		

25.1 6)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πολυωνυμική, με

$$f'(x) = 4x^3 - 4x \Rightarrow f'(x) = 4x(x^2 - 1) \Rightarrow f'(x) = 4x(x-1)(x+1)$$

$$\text{Είναι } f'(x) = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ ή } x = 0 \text{ ή } x = 1$$

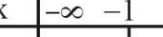
Τα πρόσημα της f' η μονοτονία και τα ακρότατα της f φαίνονται στον διπλανό πίνακα

Άρα η f έχει

τοπικό ελάχιστο στο $x_1 = -1$ ίσο με $f(-1) = 2$

τοπικό μέγιστο στο $x_2 = 0$ ίσο με $f(0) = 3$

τοπικό ελάχιστο στο $x_3 = 1$ ίσο με $f(1) = 2$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
f(x)							
		2 $\tau\epsilon$	3 $\tau\mu$	2 $\tau\epsilon$			

25.1 7)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πολυωνυμική, με

$$f'(x) = 2(x-1)(x+2)^4 + 4(x-1)^2(x+2)^3 = 2(x-1)(x+2)^3[x+2+2(x-1)] =$$

$$= 2(x-1)(x+2)(x+2+2x-2) = 6x(x-1)(x+2)$$

$$\text{Είναι } f'(x) = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ ή } x = 0 \text{ ή } x = 1$$

Τα πρόσημα της f' η μονοτονία και τα ακρότατα της f φαίνονται στον διπλανό πίνακα

Άρα η f έχει

τοπικό ελάχιστο στο $x_1 = -2$ ίσο με $f(-2) = 0$

τοπικό μέγιστο στο $x_2 = 0$ ίσο με $f(0) = 16$

τοπικό ελάχιστο στο $x_3 = 1$ ίσο με $f(1) = 0$

x	$-\infty$	-2		0		1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$		↘ 0 τε		↗ 16 τμ		↘ 0 τε	↗