

Επειδή η f είναι περιοδική με περίοδο T θα ισχύει $f(x) = f(x+T)$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$

Έχουμε ισοδύναμα

$$\int_a^{a+T} f(x) dx = \int_0^T f(x) dx \Leftrightarrow \int_a^0 f(x) dx + \int_0^T f(x) dx + \int_T^{a+T} f(x) dx = \int_0^T f(x) dx \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \int_a^0 f(x+T) dx + \int_T^{a+T} f(x) dx = 0 \quad \text{που ισχύει διότι}$$

$$\int_a^0 f(x+T) dx \stackrel{\substack{\text{θέτουμε } y=x+T \Rightarrow dy=dx \\ \text{για } x=a \Rightarrow y=a+T \\ \text{για } x=0 \Rightarrow y=T}}{=} \int_{a+T}^T f(y) dy = -\int_T^{a+T} f(x) dx$$