

ΘΕΜΑ Β 36.7

- α) Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ και είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πολωνυμική με

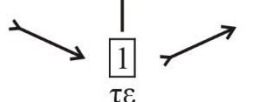
$$f'(x) = 20(x^2 + 4x + 5)^{19} \cdot (2x + 4) \Rightarrow f'(x) = 40(x + 2)(x^2 + 4x + 5)^{19}$$

Το τριώνυμο $x^2 + 4x + 5$ έχει $\Delta = 16 - 20 < 0$, άρα $x^2 + 4x + 5 > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Επομένως το πρόσημο της f' εξαρτάται από τον παράγοντα $(x + 2)$

Είναι $f'(x) = 0 \Rightarrow x = -2$ με

$$f(-2) = 1$$

Το πρόσημο της f' και η μονοτονία της f φαίνονται στον διπλανό πίνακα.

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$			

Οπότε η f είναι

είναι γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty, -2]$

είναι γνησίως φθίνουσα στο $[-2, +\infty)$

παρουσιάζει στο -2 ολικό ελάχιστο το $f(-2) = 1$

β) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-2+h) - f(-2)}{h} = f'(-2) = 0$

- γ) Η εφαπτομένη της f η οποία είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$ έχει συντελεστή διεύθυνσης 0 . Άρα αν η ζητούμενη εφαπτομένη εφάπτεται στο σημείο $(x_0, f(x_0))$ της γραφικής παράστασης της f , θα ισχύει

$$f'(x_0) = 0 \Rightarrow 40(x_0 + 2)(x_0^2 + 4x_0 + 5)^{19} = 0 \Rightarrow x_0 = -2$$

Άρα η ζητούμενη εφαπτομένη είναι η :

$$\varepsilon: y - f(-2) = f'(-2)(x + 2) \Rightarrow y - 1 = 0 \Rightarrow y = 1$$