

α) Η f έχει πεδίο ορισμού το $A = \mathbb{R}$ και είναι παραγωγίσιμη με :

$$f'(x) = 1 - \frac{e^x}{e^x + 1} = \frac{1}{e^x + 1} > 0 \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

Άρα η f είναι γνησίως αύξουσα .

β) $f''(x) = -\frac{e^x}{(e^x + 1)^2} < 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Άρα η f είναι κοίλη

γ) Έστω $g(x) = xf'(x) - f(x)$, $x \in [0, +\infty)$

Η g είναι παραγωγίσιμη ως πράξεις παραγωγίσιμων συναρτήσεων , με :

$$g'(x) = f'(x) + xf''(x) - f'(x) = xf''(x) \leq 0, \text{ αφού } f''(x) < 0, \text{ με την}$$

ισότητα να ισχύει μόνο για $x = 0$

Άρα η g είναι γνησίως φθίνουσα στο $[0, +\infty)$