

# Γ ΛΥΚΕΙΟΥ ΜΕΡΟΣ Β

## ΘΕΜΑ 36.127 (2004 επαναληπτικές – 2ο)

α) Παρατηρούμε ότι  $f(0) = 2^0 + m^0 - 4^0 - 5^0 = 1 + 1 - 1 - 1 = 0$

$$\text{Άρα } f(x) \geq 0 \Rightarrow f(x) \geq f(0)$$

Η  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $\mathbb{R}$  με :  $f'(x) = 2^x \ln 2 + m^x \ln m - 4^x \ln 4 - 5^x \ln 5$

Είναι  $f(x) \geq f(0)$ , επομένως η  $f$  παρουσιάζει ολικό ελάχιστο στο  $x_0 = 0$

Οπότε σύμφωνα με το θεώρημα Fermat θα ισχύει :

$$f'(0) = 0 \Rightarrow \ln 2 + \ln m - \ln 4 - \ln 5 = 0 \Rightarrow \ln\left(\frac{2 \cdot m}{4 \cdot 5}\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{2 \cdot m}{4 \cdot 5}\right) = \ln 1 \Rightarrow \frac{2 \cdot m}{20} = 1 \Rightarrow m = 10$$

β) Το ζητούμενο εμβαδόν είναι το  $E(\Omega) = \int_0^1 |f(x)| dx$

Είναι  $f(x) \geq 0$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ , άρα  $|f(x)| = f(x)$

$$\text{Οπότε } E(\Omega) = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (2^x + 10^x - 4^x - 5^x) dx =$$

$$\left[ \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{10^x}{\ln 10} - \frac{4^x}{\ln 4} - \frac{5^x}{\ln 5} \right]_0^1 = \frac{2}{\ln 2} + \frac{10}{\ln 10} - \frac{4}{\ln 4} - \frac{5}{\ln 5} - \frac{1}{\ln 2} - \frac{1}{\ln 10} + \frac{1}{\ln 4} + \frac{1}{\ln 5} =$$
$$= \frac{1}{\ln 2} + \frac{9}{\ln 10} - \frac{3}{\ln 4} - \frac{4}{\ln 5}$$