

Οι συναρτήσεις  $f(\alpha - x)$  και  $f(\alpha + x)$  είναι συνεχείς ως συνθέσεις συνεχών και άρα ολοκληρώσιμες. Οπότε

$$f(\alpha - x) + f(\alpha + x) = 2\beta \xRightarrow{\text{ολοκληρώνουμε}} \int_0^\alpha [f(\alpha - x) + f(\alpha + x)] dx = \int_0^\alpha 2\beta dx \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int_0^\alpha f(\alpha - x) dx + \int_0^\alpha f(\alpha + x) dx = \int_0^\alpha 2\beta dx \quad (1)$$

$$\int_0^\alpha f(\alpha - x) dx \xrightarrow[\substack{\text{για } x=0 \Rightarrow y=\alpha \\ \text{για } x=\alpha \Rightarrow y=0}]{y=\alpha-x \Rightarrow dy=-dx} - \int_\alpha^0 f(y) dy \Rightarrow \int_0^\alpha f(\alpha - x) dx = \int_0^\alpha f(y) dy \quad (2)$$

$$\int_0^\alpha f(\alpha + x) dx \xrightarrow[\substack{\text{για } x=0 \Rightarrow y=\alpha \\ \text{για } x=\alpha \Rightarrow y=2\alpha}]{y=\alpha+x \Rightarrow dy=dx} \int_\alpha^{2\alpha} f(y) dy \quad (3)$$

$$\int_0^\alpha 2\beta dx = 2\beta(\alpha - 0) \Rightarrow \int_0^\alpha 2\beta dx = 2\alpha\beta \quad (4)$$

$$(1) \xRightarrow{(2), (3), (4)} \int_0^\alpha f(y) dy + \int_\alpha^{2\alpha} f(y) dy = 2\alpha\beta \Rightarrow \int_0^{2\alpha} f(y) dy = 2\alpha\beta$$