

Θεωρούμε την συνάρτηση  $h$  με  $h(x) = \frac{F(x)}{e^x}$ ,  $x \geq 0$

Η  $h$  είναι παραγωγίσιμη στο  $R_+$  ως πηλίκο παραγωγισίμων, με

$$h'(x) = \frac{F'(x)e^x - F(x)e^x}{(e^x)^2} \Rightarrow h'(x) = \frac{f(x)e^x - F(x)e^x}{(e^x)^2} \Rightarrow$$

$$h'(x) = \frac{f(x) - F(x)}{e^x} \stackrel{f(x) \geq F(x)}{\Rightarrow} h'(x) \geq 0 \quad \text{για κάθε } x \in R_+$$

Άρα η  $h$  είναι αύξουσα στο  $R_+$ . Οπότε

$$\text{για κάθε } x \in R_+ \Rightarrow x \geq 0 \stackrel{h \text{ αύξουσα}}{\Rightarrow} h(x) \geq h(0) \Rightarrow \frac{F(x)}{e^x} \geq \frac{F(0)}{e^0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{F(0)=0}{e^x} \geq 0 \stackrel{e^x > 0}{\Rightarrow} F(x) \geq 0 \stackrel{f(x) \geq F(x)}{\Rightarrow} f(x) \geq 0$$