35.66

Είναι

$$2xF(x)=f(x)\overset{x=1}{\Rightarrow}2F(1)=f(1)\overset{F(1)=\frac{e}{2}}{\Rightarrow}f(1)=e$$

Ακόμη $F'(x)=f(x)$. Έτσι έχουμε

$$2xF(x)=f(x)\overset{x\neq 0}{\Rightarrow}2F(x)=\frac{f(x)}{x}\overset{\text{παραγωγίζουμε}}{\Rightarrow}2f(x)=\frac{xf'(x)-f(x)}{x^2}\Rightarrow$$

$$2x^2f(x)=xf'(x)-f(x)\Rightarrow(2x^2+1)f(x)=xf'(x)\overset{x\neq 0\ ,\ f(x)\neq 0}{\Rightarrow}\frac{f'(x)}{f(x)}=\frac{2x^2+1}{x}\Rightarrow$$

$$\frac{f'(x)}{f(x)}=2x+\frac{1}{x}\Rightarrow\left[\ln f(x)\right]'=\left(x^2+\ln x\right)'\Rightarrow\ln f(x)=x^2+\ln x+c\quad(1)$$

Όμως $(1)\overset{x=1}{\Rightarrow}\ln f(1)=1^2+\ln 1+c_1\overset{f(1)=e}{\Rightarrow}\ln e=1+c_1\Rightarrow c=0\quad(2)$

Οπότε

$$(1),(2)\Rightarrow\ln f(x)=x^2+\ln x\Rightarrow f(x)=e^{x^2+\ln x}\Rightarrow f(x)=e^{x^2}\cdot e^{\ln x}\Rightarrow f(x)=xe^{x^2}$$