

Επειδή η f έχει

πλάγια ασύμπτωτη στο $+\infty$ την ευθεία $y = 2x + 5$, θα ισχύει $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 2$ (1) και

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 2x] = 5 \quad (2)$$

οριζόντια ασύμπτωτη στο $-\infty$ την ευθεία $y = 15$, θα ισχύει $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 15$

$$\begin{aligned} & \stackrel{y=-x}{\Rightarrow} \lim_{y \rightarrow +\infty} f(-y) = 15 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(-x) = 15 \quad (3) \end{aligned}$$

κατακόρυφη ασύμπτωτη την ευθεία $x = 0$, θα ισχύει

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \pm\infty \stackrel{y=\frac{1}{x}}{\Rightarrow} \lim_{y \rightarrow +\infty} f\left(\frac{1}{y}\right) = \pm\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f\left(\frac{1}{x}\right) = \pm\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f\left(\frac{1}{x}\right)} = 0 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{xf(x)f\left(\frac{1}{x}\right) - 2x^2f\left(\frac{1}{x}\right) + xf\left(\frac{1}{x}\right)f(-x)}{1 + 5xf\left(\frac{1}{x}\right) - 2f(x)f\left(\frac{1}{x}\right)} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cancel{xf\left(\frac{1}{x}\right)} [f(x) - 2x + f(-x)]}{\cancel{xf\left(\frac{1}{x}\right)} \left[\frac{1}{\cancel{xf\left(\frac{1}{x}\right)}} + 5 - 2 \frac{f(x)}{x} \right]} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{[f(x) - 2x] + f(-x)}{\left[\frac{1}{x} \frac{1}{f\left(\frac{1}{x}\right)} + 5 - 2 \frac{f(x)}{x} \right]} \stackrel{(1), (2), (3), (4)}{=} \frac{5 + 15}{0 \cdot 0 + 5 - 2 \cdot 2} = 20 \end{aligned}$$