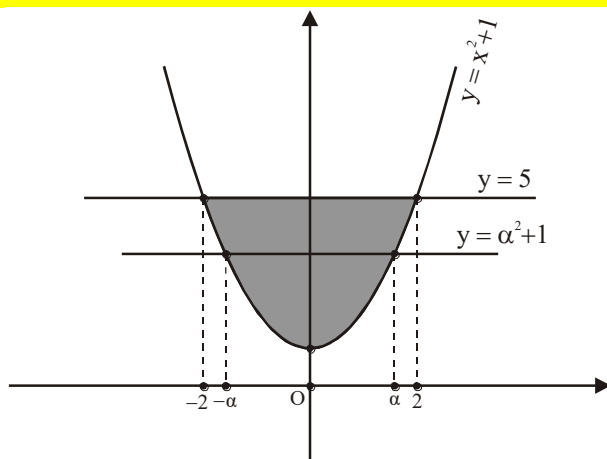




Αρχικά θα υπολογίσουμε το εμβαδό του χωρίου περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = x^2 + 1$ (1) και από την ευθεία $y = 5$ (2)
Λύνοντας το σύστημα των (1) και (2) βρίσκουμε ότι οι δύο γραμμές τέμνονται στα σημεία με τετμημένες $x_1 = -2$ και $x_2 = 2$

Άρα το εμβαδό E αυτού του χωρίου είναι

$$E = \int_{-2}^2 |x^2 + 1 - 5| dx = \int_{-2}^2 |x^2 - 4| dx \stackrel{\substack{x^2 - 4 < 0 \\ \text{για } -2 < x < 2}}{=} \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx = \left[4x - \frac{x^3}{3} \right]_{-2}^2 =$$

$$= \left(8 - \frac{8}{3} \right) - \left(-8 + \frac{8}{3} \right) = 16$$

Τώρα θα υπολογίσουμε το εμβαδό του χωρίου περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = x^2 + 1$ (1) και από την ευθεία $y = a^2 + 1$ (3)
Λύνοντας το σύστημα των (1) και (3) βρίσκουμε ότι οι δύο γραμμές τέμνονται στα σημεία με τετμημένες $x_3 = -a$ και $x_4 = a$

Άρα το εμβαδό E_1 αυτού του χωρίου είναι

$$E_1 = \int_{-a}^a |x^2 + 1 - a^2 - 1| dx = \int_{-a}^a |x^2 - a^2| dx \stackrel{\substack{x^2 - a^2 < 0 \\ \text{για } -a < x < a}}{=} \int_{-a}^a (a^2 - x^2) dx = \left[a^2 x - \frac{x^3}{3} \right]_{-a}^a =$$

$$= \left(a^3 - \frac{a^3}{3} \right) - \left(-a^3 + \frac{a^3}{3} \right) = 2a^3$$

Όπως φαίνεται και από το σχήμα θα πρέπει $E_1 = \frac{E}{2} \stackrel{E_1 = 2a^3, E = 16}{\Rightarrow} 2a^3 = \frac{16}{2} \Rightarrow a^3 = 4 \Rightarrow$

$$a = \sqrt[3]{4}$$