35.39

Θεωρούμε την συνάρτηση h με $h(x)=F(x)-e^{x^2}\ln x$, $x\in(0+\infty)$

η h θα είναι παραγωγίσιμη στο $(0,+\infty)$ με

$$h'(x)=F'(x)-\left(e^{x^2}\ln x\right)' \overset{F'(x)=f(x)}{\Rightarrow} h'(x)=f(x)-e^{x^2}2x\ln x-\frac{e^{x^2}}{x} \quad (1)$$

Παρατηρούμε ότι $h(1)=F(1)-e^{1^2}\ln 1 \overset{F(1)=0}{\Rightarrow} h(1)=0 \quad (2)$

Ακόμη επειδή για κάθε $x>0$ ισχύει

$$F(x)\le e^{x^2}\ln x \Rightarrow F(x)-e^{x^2}\ln x\le 0 \Rightarrow h(x)\le 0 \overset{(2)}{\Rightarrow} h(x)\le h(1)$$

Άρα για κάθε $x>0$ είναι $h(x)\le h(1)$ και άρα η h <u>παρουσιάζει ακρότατο</u> (μέγιστο) στο $x_o=1$, οπότε σύμφωνα με το <u>θεώρημα Fermat</u> θα είναι $h'(1)=0$

$$\overset{(1)}{\Rightarrow} f(1)-e^{1^2}2\cdot 1\cdot \ln 1-\frac{e^{1^2}}{1}=0 \Rightarrow f(1)-e=0 \Rightarrow f(1)=e$$