35.31

α) $$\int_0^3 f(2x+1)\,dx \overset{\substack{\text{θέτουμε } y=2x+1\Rightarrow dy=2dx \\ \text{για } x=0\Rightarrow y=3 \\ \text{για } x=3\Rightarrow y=7}}{=} \int_3^7 f(y)\frac{1}{2}dy = \frac{1}{2}\int_3^7 f(y)dy = \frac{1}{2}\int_3^7 f(x)dx$$

β) Έχουμε

$$4\int_0^3 f(2x+1)dx = \int_1^7 f(x)dx + 2004 \overset{\text{α) ερώτημα}}{\Rightarrow} \overset{2}{\cancel{4}}\frac{1}{\cancel{2}}\int_1^7 f(x)dx = \int_1^7 f(x)dx + 2004 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\int_1^7 f(x)dx = \int_1^7 f(x)dx + 2004 \Rightarrow \int_1^7 f(x)dx = 2004$$

Έστω F μια αρχική συνάρτηση της f. Τότε

$$\int_1^7 f(x)dx = 2004 \Rightarrow F(7) - F(1) = 2004 \quad (1)$$

Ακόμη η συνάρτηση F

- είναι συνεχής στο διάστημα $[1,7]$
- είναι παραγωγίσιμη στο διάστημα $(0,1)$ με $F'(x) = f(x)$ (2)

Επομένως ισχύουν οι προϋποθέσεις του <u>θεωρήματος μέσης τιμής</u> οπότε , υπάρχει τουλάχιστον ένα $\xi \in (0,1)$ τέτοιο ώστε

$$F'(\xi) = \frac{F(7) - F(1)}{7-1} \overset{(1),(2)}{\Rightarrow} f(\xi) = \frac{2004}{6} \Rightarrow f(\xi) = 334$$