Γ ΛΥΚΕΙΟΥ ΜΕΡΟΣ Β

35.21

Θέτουμε $h(x)=\dfrac{\sqrt{f(x)}}{\sqrt{f(x)}+1}$ οπότε προφανώς $\lim\limits_{x\to1}h(x)=1$ (1)

Παρατηρούμε ότι $h(x)<1$

Άρα

$$h(x)=\frac{\sqrt{f(x)}}{\sqrt{f(x)}+1}\Rightarrow h(x)\left(\sqrt{f(x)}+1\right)=\sqrt{f(x)}\Rightarrow h(x)\sqrt{f(x)}+h(x)=\sqrt{f(x)}\Rightarrow$$

$$h(x)\sqrt{f(x)}-\sqrt{f(x)}=-h(x)\Rightarrow\sqrt{f(x)}\left[h(x)-1\right]=-h(x)\Rightarrow\sqrt{f(x)}=\frac{-h(x)}{h(x)-1}$$

$$\Rightarrow\sqrt{f(x)}^{2}=\frac{h^2(x)}{\left[h(x)-1\right]^2}\Rightarrow f(x)=\frac{h^2(x)}{\left[h(x)-1\right]^2}\Rightarrow\lim_{x\to1}f(x)=\lim_{x\to1}\frac{h^2(x)}{\left[h(x)-1\right]^2}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\lim_{x\to1}f(x)=\lim_{x\to1}h^2(x)\cdot\lim_{x\to1}\frac{1}{\left[h(x)-1\right]^2}\Rightarrow\lim_{x\to1}f(x)=1\cdot(+\infty)=\lim_{x\to1}f(x)=+\infty$$