

- α) Η f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πράξεις παραγωγίσιμων συναρτήσεων με
 $f'(x) = 5(x-\kappa)^4(x-\lambda)^3 + 3(x-\kappa)^5(x-\lambda)^2 = (x-\kappa)^4(x-\lambda)^2[5(x-\lambda) + 3(x-\kappa)]$

Οπότε

$$\begin{aligned} \frac{f'(x)}{f(x)} &= \frac{\cancel{(x-\kappa)^4} \cancel{(x-\lambda)^2} [5(x-\lambda) + 3(x-\kappa)]}{(x-\kappa)^{\cancel{4}} (x-\lambda)^{\cancel{2}}} = \frac{5(x-\lambda) + 3(x-\kappa)}{(x-\kappa)(x-\lambda)} = \\ &= \frac{5\cancel{(x-\lambda)}}{(x-\kappa)\cancel{(x-\lambda)}} + \frac{3\cancel{(x-\kappa)}}{\cancel{(x-\kappa)}(x-\lambda)} = \frac{5}{x-\kappa} + \frac{3}{x-\lambda} \end{aligned}$$

- β) Γνωρίζουμε ότι $(\ln|x|)' = \frac{1}{x}$ οπότε η g είναι παραγωγίσιμη στο (κ, λ) ως πράξεις

παραγωγίσιμων συναρτήσεων με $g'(x) = \frac{1}{f(x)} f'(x) \stackrel{\text{α) ερώτημα}}{=} \frac{5}{x-\kappa} + \frac{3}{x-\lambda}$

Η g' είναι παραγωγίσιμη στο (κ, λ) ως πράξεις παραγωγίσιμων συναρτήσεων με

$$g''(x) = -\frac{5}{(x-\kappa)^2} - \frac{3}{(x-\lambda)^2}$$

Προφανώς είναι $g'(x) < 0$ για κάθε $x \in (\kappa, \lambda)$ οπότε η g στρέφει τα κοίλα προς τα κάτω στο διάστημα (κ, λ)