

Έστω ότι η f έχει τοπικό ακρότατο στο x_0 . Επειδή η f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ σύμφωνα με το θεώρημα Fermat θα ισχύει $f'(x_0) = 0$ (1)

Οπότε

$$f^2(x) + 1997f(x) = e^x + x^3 + 1997x + 1998 \quad \xrightarrow{\text{παραγωγίζουμε}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2f(x)f'(x) + 1997f'(x) = e^x + 3x^2 + 1997 \quad \xrightarrow{\text{θέτουμε } x=x_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2f(x_0)f'(x_0) + 1997f'(x_0) = e^{x_0} + 3x_0^2 + 1997 \stackrel{(1)}{\Rightarrow} e^{x_0} + 3x_0^2 + 1997 = 0$$

$$\underline{\text{άτοπο}} \quad \text{διότι} \quad \begin{cases} e^{x_0} > 0 \\ x_0^2 > 0 \\ 1997 > 0 \end{cases} \Rightarrow e^{x_0} + 3x_0^2 + 1997 > 0$$

άρα η f δεν έχει τοπικά ακρότατα