

Θεωρούμε την συνάρτηση h με $h(x) = f(x) - x^2$, $x \in [\alpha, \beta]$

Εφαρμόζουμε θεώρημα Rolle για την h στο διάστημα $[\alpha, \beta]$. Πράγματι

η h είναι συνεχής στο διάστημα $[\alpha, \beta]$ ως διαφορά συνεχών

η h είναι παραγωγίσιμη στο διάστημα (α, β) ως διαφορά παραγωγίσιμων

με $h'(x) = f'(x) - 2x$ (1)

$$h(\alpha) = f(\alpha) - \alpha^2$$

$$h(\beta) = f(\beta) - \beta^2$$

Επειδή $f(\beta) - \beta^2 = f(\alpha) - \alpha^2$, θα ισχύει $h(\alpha) = h(\beta)$

Επομένως σύμφωνα με το Θεώρημα Rolle υπάρχει τουλάχιστον ένα $x_0 \in (\alpha, \beta)$

τέτοιο ώστε $h'(x_0) = 0 \stackrel{(1)}{\Rightarrow} f'(x_0) - 2x_0 = 0 \Rightarrow f'(x_0) = 2x_0$