

Γ ΛΥΚΕΙΟΥ ΜΕΡΟΣ Β

32.8 1)

Αρχικά θα βρούμε που τέμνει τον άξονα x' η γραφική παράσταση της συνάρτησης f

$$\text{Έχουμε } f(x) = 0 \Leftrightarrow x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$$

Οπότε το ζητούμενο εμβαδό είναι

$$\begin{aligned} E &= \int_{-2}^8 |f(x)| dx = \int_{-2}^8 |x + 2| dx \stackrel{x \geq -2 \Rightarrow x + 2 \geq 0}{=} \int_{-2}^8 (x + 2) dx = \left[\frac{x^2}{2} + 2x \right]_{-2}^8 = \\ &= \frac{8^2}{2} + 2 \cdot 8 - \left[\frac{(-2)^2}{2} + 2(-2) \right] = 32 + 16 - 2 + 4 = \boxed{50} \end{aligned}$$

32.8 2)

Αρχικά θα βρούμε που τέμνει τον άξονα x' η γραφική παράσταση της συνάρτησης f

$$\text{Έχουμε } f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Οπότε το ζητούμενο εμβαδό είναι

$$E = \int_0^3 |f(x)| dx = \int_0^3 |x^2| dx = \int_0^3 x^2 dx = \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^3 = \frac{3^3}{3} - \frac{0^3}{3} = 9$$

32.8 3)

Αρχικά θα βρούμε που τέμνει τον άξονα x' η γραφική παράσταση της συνάρτησης f

$$\text{Έχουμε } f(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 9x + 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Delta = 1, \quad x_{1,2} = \frac{-3 \pm 1}{2} \begin{cases} x_1 = \frac{-3-1}{2} \Rightarrow x_1 = -2 \\ x_2 = \frac{-3+1}{2} \Rightarrow x_2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow x = -2 \text{ ή } x = -1$$

$$\text{Οπότε το ζητούμενο εμβαδό είναι } E = \int_{-1}^1 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 |3x^2 + 9x + 6| dx$$

τα πρόσημα του $3x^2 + 9x + 6 = 3(x^2 + 3x + 2) = 3(x+1)(x+2)$ φαίνονται στον παρακάτω πίνακα

x	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$
$3x^2 + 9x + 6$	+	0	0	+
		-		

Επομένως

$$\begin{aligned} E &= \int_{-1}^1 |3x^2 + 9x + 6| dx = \int_{-1}^1 (3x^2 + 9x + 6) dx = \left[x^3 + \frac{9x^2}{2} + 6x \right]_{-1}^1 = \\ &= 1^3 + \frac{9 \cdot 1^2}{2} + 6 \cdot 1 - \left((-1)^3 + \frac{9(-1)^2}{2} + 6(-1) \right) = 1 + \frac{9}{2} + 6 - \left(-1 + \frac{9}{2} - 6 \right) = \\ &= 7 + \frac{9}{2} + 1 - \frac{9}{2} + 6 = 14 \end{aligned}$$

