

32.13

Αρχικά θα βρούμε τα κοινά σημεία της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f και της ευθείας ε

$$\text{Έχουμε } x^2 = \lambda x \Leftrightarrow x^2 - \lambda x = 0 \Leftrightarrow x(x - \lambda) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ή } x = \lambda$$

Επειδή $\lambda > 0$ το εμβαδό του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της f και την ευθεία ε είναι

$$E = \int_0^\lambda |f(x) - \lambda x| dx = \int_0^\lambda |x^2 - \lambda x| dx \stackrel{\text{όταν } 0 < x < \lambda \Rightarrow x^2 - \lambda x < 0}{=} \int_0^\lambda (-x^2 + \lambda x) dx$$

Επειδή το παραπάνω εμβαδό θέλουμε να είναι $\frac{4}{3}$ έχουμε

$$E = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \int_0^\lambda (-x^2 + \lambda x) dx = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \left[-\frac{x^3}{3} + \lambda \frac{x^2}{2} \right]_0^\lambda = \frac{4}{3} \Leftrightarrow -\frac{\lambda^3}{3} + \lambda \frac{\lambda^2}{2} - 0 = \frac{4}{3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\frac{\lambda^3}{3} + \frac{\lambda^3}{2} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow -2\lambda^3 + 3\lambda^3 = 8 \Leftrightarrow \lambda^3 = 8 \Leftrightarrow \lambda = 2$$