

Επειδή η f είναι περιττή θα ισχύει $f(-x) = -f(x)$, για κάθε $x \in [-a, a]$

Πρέπει να αποδείξουμε ότι $F(-x) = F(x)$, για κάθε $x \in [-a, a]$

Θεωρούμε την συνάρτηση $h: [-a, a] \rightarrow \mathbb{R}$, με $h(x) = F(-x) - F(x)$

Η h είναι παραγωγίσιμη στο $[-a, a]$ με

$$h'(x) = F'(-x)(-x)' - F'(x) \stackrel{F'(x)=f(x)}{=} -f(-x) - f(x) \stackrel{f(-x)=-f(x)}{=} 0, \text{ για κάθε } x \in [-a, a]$$

Οπότε είναι $h(x) = c \Leftrightarrow F(-x) - F(x) = c$ (1)

Όμως

$$(1) \stackrel{\text{θέτουμε } x=0}{=} F(0) - F(0) = c \Rightarrow c = 0 \quad (2)$$

Επομένως

(1), (2) $\Rightarrow F(-x) - F(x) = 0 \Rightarrow F(-x) = F(x)$, για κάθε $x \in [-a, a]$, που σημαίνει ότι η F είναι άρτια