30.22 1)

Η συνάρτηση F είναι παραγωγίσιμη (άρα και συνεχής) στο R και $\lim\limits_{x\to 0}F(x)=F(0)=0$

Οπότε

$$\lim_{x\to 0}\frac{xF(x)}{x-\eta\mu x}\overset{\frac{0}{0}}{\underset{\text{DLH}}{=}}\lim_{x\to 0}\frac{F(x)+xF'(x)}{1-\sigma\upsilon\nu x}\overset{F'(x)=\frac{x}{e^x}}{=}\lim_{x\to 0}\frac{F(x)+x\frac{x}{e^x}}{1-\sigma\upsilon\nu x}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{e^xF(x)+x^2}{e^x}}{1-\sigma\upsilon\nu x}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{1}{e^x}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{e^xF(x)+x^2}{1-\sigma\upsilon\nu x}\overset{\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{e^x}=1}{=}\lim_{x\to 0}\frac{e^xF(x)+x^2}{1-\sigma\upsilon\nu x}\overset{\frac{0}{0}}{\underset{\text{DLH}}{=}}\lim_{x\to 0}\frac{e^xF(x)+e^xF'(x)+2x}{\eta\mu x}=$$

$$\overset{F'(x)=\frac{x}{e^x}}{=}\lim_{x\to 0}\frac{e^xF(x)+\cancel{e^x}\frac{x}{\cancel{e^x}}+2x}{\eta\mu x}=\lim_{x\to 0}\frac{e^xF(x)+3x}{\eta\mu x}\overset{\frac{0}{0}}{\underset{\text{DLH}}{=}}\lim_{x\to 0}\frac{e^xF(x)+e^xF'(x)+3}{\sigma\upsilon\nu x}\overset{F'(x)=\frac{x}{e^x}}{=}$$

$$\overset{F'(x)=\frac{x}{e^x}}{=}\lim_{x\to 0}\frac{e^xF(x)+\cancel{e^x}\frac{x}{\cancel{e^x}}+3}{\sigma\upsilon\nu x}=\lim_{x\to 0}\frac{e^xF(x)+x+3}{\sigma\upsilon\nu x}=\frac{e^0F(0)+0+3}{\sigma\upsilon\nu 0}=3$$

30.22 2)

Ισχύει ότι $\lim\limits_{x\to 0}F(x)=\lim\limits_{x\to 0}f(x)=F(0)=f(0)=0$ και $\lim\limits_{x\to 0}f'(x)=f'(0)=1$

Οπότε

$$\lim_{x\to 0}\frac{xF(x)}{x-\eta\mu x}\overset{\frac{0}{0}}{\underset{\text{DLH}}{=}}\lim_{x\to 0}\frac{F(x)+xF'(x)}{1-\sigma\upsilon\nu x}\overset{F'(x)=f(x)}{=}\lim_{x\to 0}\frac{F(x)+xf(x)}{1-\sigma\upsilon\nu x}\overset{\frac{0}{0}}{\underset{\text{DLH}}{=}}$$

$$\overset{\frac{0}{0}}{\underset{\text{DLH}}{=}}\lim_{x\to 0}\frac{F'(x)+f(x)+xf'(x)}{\eta\mu x}\overset{F'(x)=f(x)}{=}\lim_{x\to 0}\frac{2f(x)+xf'(x)}{\eta\mu x}\overset{\text{διαιρούμε αριθμητή και παρονομαστή με } x}{=}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{2f(x)+xf'(x)}{x}}{\frac{\eta\mu x}{x}}=\lim_{x\to 0}\frac{2\frac{f(x)}{x}+\frac{\cancel{x}f'(x)}{\cancel{x}}}{\frac{\eta\mu x}{x}}\overset{\substack{\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}\overset{f(0)=0}{=}\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=f'(0)=1\\ \lim\limits_{x\to 0}f'(x)=f'(0)=1\\ \lim\limits_{x\to 0}\frac{\eta\mu x}{x}=1}}{=}\frac{2\cdot 1+1}{1}=3$$