

Γ ΛΥΚΕΙΟΥ ΜΕΡΟΣ Β

30.17 1)

Έχουμε ότι

$$p'(t) = 5 - 2t + 3t^2 \Rightarrow p'(t) = (5t - t^2 + t^3)' \Rightarrow p(t) = 5t - t^2 + t^3 + c \quad (1)$$

Προφανώς είναι $p(0) = 0$

Οπότε

$$p(0) = 0 \Rightarrow 5 \cdot 0 - 0^2 + 0^3 + c = 0 \Rightarrow c = 0$$

Άρα

$$(1) \Rightarrow p(t) = 5t - t^2 + t^3 \Rightarrow p(3) = 5 \cdot 3 - 3^2 + 3^3 \Rightarrow \boxed{p(3) = 33}$$

30.17 2)

$$\text{Είναι } A'(x) = 2x + 30 \Rightarrow A'(x) = (x^2 + 30x)' \Rightarrow A(x) = x^2 + 30x + c \quad (1)$$

Επειδή στην αρχή της λειτουργίας της, η εταιρεία δεν είχε ούτε κέρδη ούτε ζημιές θα είναι $A(0) = 0$

Οπότε

$$A(0) = 0 \Rightarrow 0^2 + 30 \cdot 0 + c = 0 \Rightarrow c = 0$$

Άρα

$$(1) \Rightarrow A(x) = x^2 + 30x \Rightarrow A(6) = 6^2 + 30 \cdot 6 \Rightarrow \boxed{A(6) = 216} \text{ χιλιάδες ευρώ}$$

30.17 3)

Έστω

$K(x)$ το κόστος της βιομηχανίας για την παραγωγή x μονάδων

Επειδή το οριακό κόστος είναι $3x^2 + 30x$ θα ισχύει $K'(x) = 3x^2 + 30x$

Οπότε

$$K'(x) = 3x^2 + 30x \Rightarrow K'(x) = (x^3 + 15x^2)' \Rightarrow K(x) = x^3 + 15x^2 + c \quad (1)$$

Επειδή όταν δεν παράγει κανένα προϊόν έχει σταθερά μηνιαία έξοδα 200.000 θα ισχύει $K(0) = 200$

Οπότε

$$K(0) = 200 \Rightarrow 0^3 + 15 \cdot 0^2 + c = 200 \Rightarrow c = 200$$

Άρα

$$(1) \Rightarrow K(x) = x^3 + 15x^2 + 200 \Rightarrow K(100) = 100^3 + 15 \cdot 100^2 + 200 \Rightarrow$$

$$\boxed{K(100) = 1.150.200} \text{ χιλιάδες ευρώ}$$

30.17 4)

Επειδή ο ρυθμός αύξησης του πληθυσμού μιας κοινωνίας βακτηριδίων τη χρονική στιγμή t είναι ίσος με $15e^{\frac{3t}{2}}$, θα ισχύει

$$N'(t) = 15e^{\frac{3t}{2}} \Rightarrow N'(t) = \left(15 \frac{e^{\frac{3t}{2}}}{\frac{3}{2}}\right)' \Rightarrow N'(t) = \left(10e^{\frac{3t}{2}}\right)' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N(t) = 10e^{\frac{3t}{2}} + c \quad (1)$$

Όμως επειδή ο πληθυσμός τη χρονική στιγμή $t = 0$ είναι 1.000.000 θα ισχύει

$$N(0) = 1000 \Rightarrow 10e^{\frac{3 \cdot 0}{2}} + c = 1000 \Rightarrow c = 990$$

Άρα

$$(2) \Rightarrow N(t) = 10e^{\frac{3t}{2}} + 990$$

30.17 5)

Έχουμε ότι

$$f'(t) = 8t^3 + 9t^2 - 1 \Rightarrow f'(t) = (2t^4 + 3t^3 - t)' \Rightarrow f(t) = 2t^4 + 3t^3 - t + c \quad (1)$$

Όμως προφανώς

$$f(0) = 0 \Rightarrow 2 \cdot 0^4 + 3 \cdot 0^3 - 0 + c = 0 \Rightarrow c = 0$$

Άρα

$$(1) \Rightarrow f(t) = 2t^4 + 3t^3 - t \Rightarrow f(2) = 2 \cdot 2^4 + 3 \cdot 2^3 - 2 \Rightarrow \boxed{f(2) = 54}$$

30.17 6)

Έστω

$K(x)$ το κόστος λειτουργίας του καταστήματος

Επειδή το οριακό κόστος είναι $\frac{3}{\sqrt{x}}$ θα ισχύει $K'(x) = \frac{3}{\sqrt{x}}$

Οπότε

$$K'(x) = \frac{3}{\sqrt{x}} \Rightarrow K'(x) = (6\sqrt{x})' \Rightarrow K(x) = 6\sqrt{x} + c$$

Άρα η αύξηση του κόστους λειτουργίας που οφείλεται σε αύξηση των υπαλλήλων από 1 σε 9 θα είναι

$$\boxed{K(9) - K(1)} = 6\sqrt{9} + c - (6\sqrt{1} + c) = 18 + c - 6 - c = \boxed{12} \text{ χιλιάδες ευρώ}$$

30.17 7)

Έστω $f(t)$ το συνολικό κέρδος. Θα ισχύει

$$f(t) = E(t) - K(t) \Rightarrow f'(t) = E'(t) - K'(t) \quad \begin{matrix} K'(t) = 1000 - 3t \\ E'(t) = 1500 + 2t \end{matrix} \Rightarrow f'(t) = 1500 + 2t - 1000 + 3t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f'(t) = 5t + 500 \Rightarrow f'(t) = (5t + 500)' \Rightarrow f(t) = \frac{5t^2}{2} + 500t + c$$

Οπότε το συνολικό κέρδος από το 2ο ως και τον 5ο μήνα παραγωγής θα είναι

$$f(5) - f(2) = \frac{5 \cdot 5^2}{2} + 500 \cdot 5 - \frac{5 \cdot 2^2}{2} - 500 \cdot 2 = \frac{5 \cdot 25}{2} + 2500 - \frac{5 \cdot 4}{2} - 1000 = \frac{125}{2} + 2500 - 10 - 1000 = \frac{125}{2} + 1500 = 1562.5$$

$$\Rightarrow f(5) - f(2) = \frac{125}{2} + 2500 - 10 - 100 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{f(5) - f(2) = 1552,5} \text{ χιλιάδες ευρώ}$$