Γ ΛΥΚΕΙΟΥ ΜΕΡΟΣ Β

30.15 1)

Έχουμε ότι

$$f''(x)=6x+2\Rightarrow f''(x)=\left(3x^2+2x\right)'\Rightarrow f'(x)=3x^2+2x+c_1$$

όμως

$$f'(0)=1\Rightarrow 3\cdot 0^2+2\cdot 0+c_1=1\Rightarrow c_1=1$$

Άρα

$$f'(x)=3x^2+2x+1\Rightarrow f'(x)=\left(x^3+x^2+x\right)'\Rightarrow f(x)=x^3+x^2+x+c_2$$

και επειδή

$$f(1)=6\Rightarrow 1^3+1^2+1+c_2=6\Rightarrow c_2=3$$

έχουμε τελικά

$$f(x)=x^3+x^2+x+3$$

30.15 2)

Έχουμε ότι

$$f''(x)=12x^2-6x+4\Rightarrow f''(x)=\left(4x^3-3x^2+4x\right)'\Rightarrow$$

$$\Rightarrow f'(x)=4x^3-3x^2+4x+c_1\Rightarrow f'(x)=\left(x^4-x^3+2x^2+c_1x\right)'\Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(x)=x^4-x^3+2x^2+c_1x+c_2$$

όμως

$$f(-1)=1\Rightarrow(-1)^4-(-1)^3+2(-1)^2+c_1(-1)+c_2=1\Rightarrow$$
$$\Rightarrow 1+1+2-c_1+c_2=1\Rightarrow -c_1+c_2=-3\quad(1)$$

$$f(0)=-3\Rightarrow 0^4+0^3+2\cdot 0^2+c_1\cdot 0+c_2=-3\Rightarrow c_2=-3$$

$$(1)\overset{c_2=-3}{\Rightarrow}c_1=0$$

άρα τελικά $f(x)=x^4-x^3+2x^2-3$

30.15 3)

Έχουμε ότι

$$f''(x)=-2\eta\mu x+2\Rightarrow f''(x)=\left(2\sigma\upsilon\nu x+2x\right)'\Rightarrow$$

$$\Rightarrow f'(x)=2\sigma\upsilon\nu x+2x+c_1$$

όμως

$$f'(0)=2\Rightarrow 2\sigma\upsilon\nu 0+2\cdot 0+c_1=2\Rightarrow c_1=0$$

Άρα

$$f'(x)=2\sigma\upsilon\nu x+2x\Rightarrow f'(x)=\left(2\eta\mu x+x^2\right)'\Rightarrow f(x)=2\eta\mu x+x^2+c_2$$

και επειδή

$$f(0)=1 \Rightarrow 2\eta\mu 0+0^2+c_2=1 \Rightarrow c_2=1$$

έχουμε τελικά

$$f(x)=2\eta\mu x+x^2+1$$

30.15 4)

Έχουμε ότι

$$f''(x)=\frac{2}{(x-1)^2} \Rightarrow f''(x)=\left(-\frac{2}{x-1}\right)' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f'(x)=-\frac{2}{x-1}+c_1 \Rightarrow f'(x)=\left[-2\ln|x-1|+c_1x\right]' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(x)=-2\ln|x-1|+c_1x+c_2$$

όμως

$$f(0)=-1 \Rightarrow -2\ln|0-1|+c_1 0+c_2=-1 \Rightarrow c_2=-1$$

$$f(2)=5 \Rightarrow -2\ln|2-1|+c_1 2+c_2=5 \Rightarrow 2c_1+c_2=5 \overset{c_2=-1}{\Rightarrow} 2c_1-1=5 \Rightarrow 2c_1=6 \Rightarrow$$

$$c_1=3$$

άρα τελικά $f(x)=-2\ln|x-1|+3x-1$

30.15 5)

Έχουμε ότι

$$f'''(x)=12 \Rightarrow f'''(x)=(12x)' \Rightarrow f''(x)=12x+c_1$$

όμως

$$f''(0)=2 \Rightarrow 12\cdot 0+c_1=2 \Rightarrow c_1=2$$

Άρα

$$f''(x)=12x+2 \Rightarrow f''(x)=\left(6x^2+2x\right)' \Rightarrow f'(x)=6x^2+2x+c_2$$

και επειδή

$$f'(1)=9 \Rightarrow 6\cdot 1^2+2\cdot 1+c_2=9 \Rightarrow c_2=1$$

οπότε

$$f'(x)=6x^2+2x+1 \Rightarrow f'(x)=\left(2x^3+x^2+x\right)' \Rightarrow f(x)=2x^3+x^2+x+c_3$$

αλλά είναι

$$f(-1)=4 \Rightarrow 2\cdot(-1)^3+(-1)^2+(-1)+c_3=4 \Rightarrow c_3=6$$

επομένως τελικά είναι

$$f(x)=2x^3+x^2+x+6$$