

9.6 1)

Για να είναι συνεχής η f στο $x_0 = -1$, θα πρέπει

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = f(-1)$$

Όμως

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} (x + 2\beta - 4) = -1 + 2\beta - 4 = 2\beta - 5$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} (\alpha x + 5\beta - 7) = -\alpha + 5\beta - 7$$

$$f(-1) = \alpha - 2$$

Οπότε

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) \Rightarrow 2\beta - 5 = -\alpha + 5\beta - 7 \Rightarrow \alpha - 3\beta = -2 \quad (1)$$

και

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = f(-1) \Rightarrow -\alpha + 5\beta - 7 = \alpha - 2 \Rightarrow 2\alpha + 5\beta = -5 \quad (2)$$

Λύνοντας το σύστημα των (1) και (2) βρίσκουμε $\boxed{\alpha = -5}$ και $\boxed{\beta = -1}$

9.6 2)

Για να είναι συνεχής η f στο $x_0 = -3$, θα πρέπει

$$\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = f(-3)$$

Όμως

$$\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -3^+} (x^2 - 2\beta - 4) = 9 - 2\beta - 4 = 5 - 2\beta$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -3^-} (x - 4\alpha) = -3 - 4\alpha$$

$$f(-3) = 1$$

Οπότε

$$\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = f(-3) \Rightarrow 5 - 2\beta = 1 \Rightarrow -2\beta = 1 - 5 \Rightarrow \boxed{\beta = 2}$$

και

$$\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = f(-3) \Rightarrow -3 - 4\alpha = 1 \Rightarrow -4\alpha = 1 + 3 \Rightarrow \boxed{\alpha = -1}$$

9.6 3)

Για να είναι συνεχής η f στο $x_0 = 1$, θα πρέπει

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1)$$

Όμως

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (\alpha x - \beta + 3) = \alpha - \beta + 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (\beta x^2 + \alpha x - 1) = \alpha + \beta - 1$$

$$f(1) = 2$$

Οπότε

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \Rightarrow \cancel{\alpha} - \beta + 3 = \cancel{\alpha} + \beta - 1 \Rightarrow -2\beta = -4 \Rightarrow \boxed{\beta = 2}$$

και

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Rightarrow \alpha + \beta - 1 = 2 \stackrel{\beta=2}{\Rightarrow} \alpha + 2 - 1 = 2 \Rightarrow \boxed{\alpha = 1}$$

9.6 4)

Για να είναι συνεχής η f στο $x_0 = 2$, θα πρέπει

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2)$$

Όμως

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (2x - \alpha + 1) = 2 \cdot 2 - \alpha + 1 = 5 - \alpha$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x^2 + x - 4) = 2^2 + 2 - 4 = 2$$

$$f(2) = 2\alpha - \beta$$

Οπότε

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) \Rightarrow 5 - \alpha = 2 \Rightarrow \boxed{\alpha = 3}$$

και

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) \Rightarrow 2 = 2\alpha - \beta \stackrel{\alpha=3}{\Rightarrow} 2 = 2 \cdot 3 - \beta \Rightarrow \boxed{\beta = 4}$$

9.6 5)

Για να είναι συνεχής η f στο $x_0 = 1$, θα πρέπει

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1)$$

Όμως

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x - \beta - 8) = 1 - \beta - 8 = -\beta - 7$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (2\alpha x^2 + x - 1) = 2\alpha \cdot 1^2 + 1 - 1 = 2\alpha$$

$$f(1) = \alpha + \beta + 1$$

Οπότε

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \Rightarrow -\beta - 7 = 2\alpha \Rightarrow 2\alpha + \beta = -7 \quad (1)$$

και

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Rightarrow 2\alpha = \alpha + \beta + 1 \Rightarrow \alpha - \beta = 1 \quad (2)$$

Λύνοντας το σύστημα των (1) και (2) βρίσκουμε $\boxed{\alpha = -2}$ και $\boxed{\beta = -3}$