

9.3 1)

Έχουμε

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} (2x - 3) = 2 \cdot 2 - 3 = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} (3x - 5) = 3 \cdot 2 - 5 = 1 \\ f(2) &= 3 \cdot 2 - 5 = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2)$$

Άρα η f είναι συνεχής στο $x_0 = 2$

Ακόμη

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 5^-} (3x - 5) = 3 \cdot 5 - 5 = 10 \\ \lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 5^+} (2x + 1) = 2 \cdot 5 + 1 = 11 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 5^+} f(x)$$

Άρα η f δεν είναι συνεχής στο $x_0 = 5$ αφού δεν υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$

9.3 2)

Έχουμε

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -1^-} (x + 2) = -1 + 2 = 1 \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -1^+} (2x + 5) = 2(-1) + 5 = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$$

Άρα η f είναι ασυνεχής στο $x_0 = -1$ αφού δεν υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

Ακόμη

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 3^-} (2x + 5) = 2 \cdot 3 + 5 = 11 \\ \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 3^+} (2x^2 - 7) = 2 \cdot 3^2 - 7 = 11 \\ f(3) &= 2 \cdot 3 + 5 = 11 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = f(3)$$

Άρα η f είναι συνεχής στο $x_0 = 3$

9.3 3)

Έχουμε

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 - 3) = 1^2 - 3 = -2 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} (4x - 6) = 4 \cdot 1 - 6 = -2 \\ f(1) &= 4 \cdot 1 - 6 = -2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1)$$

Άρα η f είναι συνεχής στο $x_0 = 1$

Ακόμη

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 5^-} (4x - 6) = 4 \cdot 5 - 6 = 14 \\ \lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 5^+} (2x + 4) = 2 \cdot 5 + 4 = 14 \\ f(5) &= 4 \cdot 5 - 6 = 14 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = f(5)$$

Άρα η f είναι συνεχής στο $x_0 = 5$

9.3 4)

Έχουμε

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -3^-} (-2x + 3) = -2 \cdot (-3) + 3 = 9 \\ \lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -3^+} (x^2 - 2) = (-3)^2 - 2 = 7 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = f(1)$$

Άρα η f είναι ασυνεχής στο $x_0 = -3$ αφού δεν υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$

Ακόμη

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 4^-} (x^2 - 2) = 4^2 - 2 = 14 \\ \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 4^+} (3x + 3) = 3 \cdot 4 + 3 = 15 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$$

Άρα η f είναι ασυνεχής στο $x_0 = 4$ αφού δεν υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$