

9.10 1)

Έχουμε $|f(x)| \leq |x-1| \xrightarrow{x=1} |f(1)| \leq 0 \Rightarrow f(1) = 0$

Ακόμη

$$\left. \begin{array}{l} |f(x)| \leq |x-1| \Rightarrow -|x-1| \leq f(x) \leq |x-1| \\ \text{Όμως } \lim_{x \rightarrow 1} (-|x-1|) = \lim_{x \rightarrow 1} |x-1| = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{κριτήριο παρεμβολής} \\ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0 \end{array}$$

Οπότε $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) = 0$, άρα η f είναι συνεχής στο σημείο $x_0 = 1$

9.10 2)

Έχουμε $|f(x)| \leq |x| \xrightarrow{x=0} |f(0)| \leq 0 \Rightarrow f(0) = 0$

Ακόμη

$$\left. \begin{array}{l} |f(x)| \leq |x| \Rightarrow -|x| \leq f(x) \leq |x| \\ \text{Όμως } \lim_{x \rightarrow 0} (-|x|) = \lim_{x \rightarrow 0} |x| = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{κριτήριο παρεμβολής} \\ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0 \end{array}$$

Οπότε $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) = 0$, άρα η f είναι συνεχής στο σημείο $x_0 = 0$

9.10 3)

Έχουμε $|f(x)| \leq |x-x_0| \xrightarrow{x=x_0} |f(x_0)| \leq 0 \Rightarrow f(x_0) = 0$

Ακόμη

$$\left. \begin{array}{l} |f(x)| \leq |x-x_0| \Rightarrow -|x-x_0| \leq f(x) \leq |x-x_0| \\ \text{Όμως } \lim_{x \rightarrow x_0} (-|x-x_0|) = \lim_{x \rightarrow x_0} |x-x_0| = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{κριτήριο παρεμβολής} \\ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0 \end{array}$$

Οπότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0) = 0$, άρα η f είναι συνεχής στο σημείο x_0