

7.9 1)

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + x - 3) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(1 + \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2} \right) = +\infty$$

Άρα αφού $f(x) \geq x^2 + x - 3$

$$\left. \begin{array}{l} f(x) \geq x^2 + x - 3 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + x - 3) = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\beta) \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - x^2 - 2x + 1) \overset{\text{κρατάμε μόνο τους μεγιστοβάθμιους όρους}}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$$

Άρα αφού $f(x) \leq x^3 - x^2 - 2x + 1$

$$\left. \begin{array}{l} f(x) \leq x^3 - x^2 - 2x + 1 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - x^2 - 2x + 1) = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

7.9 2)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^2 + 3x - 5) \overset{\text{κρατάμε μόνο τους μεγιστοβάθμιους όρους}}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} -2x^2 = -\infty$$

Άρα αφού $f(x) \leq -2x^2 + 3x - 5$

$$\left. \begin{array}{l} f(x) \leq -2x^2 + 3x - 5 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^2 + 3x - 5) = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

7.9 3)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - x + 1) \overset{\text{κρατάμε μόνο τους μεγιστοβάθμιους όρους}}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$$

Άρα αφού $f(x) \geq x^3 - x + 1$

$$\left. \begin{array}{l} f(x) \geq x^3 - x + 1 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - x + 1) = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

7.9 4)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2 + 3x + 2}{2x - 7} \right) \overset{\text{κρατάμε μόνο τους μεγιστοβάθμιους όρους}}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{2x} = -\infty$$

Άρα αφού $f(x) \leq \frac{x^2 + 3x + 2}{2x - 7}$

$$\left. \begin{array}{l} f(x) \leq \frac{x^2 + 3x + 2}{2x - 7} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2 + 3x + 2}{2x - 7} \right) = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

7.9 5)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^4 - x + 1}{5x - 2} \right) \overset{\substack{\text{κρατάμε μόνο τους} \\ \text{μεγιστοβάθμιους όρους}}}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4}{5x} = +\infty$$

$$\text{Άρα αφού } f(x) \geq \frac{x^4 - x + 1}{5x - 2}$$

$$\left. \begin{array}{l} f(x) \geq \frac{x^4 - x + 1}{5x - 2} \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^4 - x + 1}{5x - 2} \right) = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$