

Γ ΛΥΚΕΙΟΥ ΜΕΡΟΣ Α

7.8 1)

Όταν $x \rightarrow +\infty$ είναι $x-5 > 0$ και $x-3 > 0$ άρα $|x-5| = x-5$ και $|x-3| = x-3$

Επομένως

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - |x-5|}{x^2 + |x-3|} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - (x-5)}{x^2 + x - 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x + 5}{x^2 + x - 3} \overset{\text{κρατάμε μόνο τους μεγιστοβάθμιους όρους}}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cancel{x^2} - \cancel{x} + 5}{\cancel{x^2} + \cancel{x} - 3} = \boxed{1}$$

7.8 2)

Όταν $x \rightarrow +\infty$ είναι $x > 0$ και $1-x < 0$ άρα $|x| = x$ και $|x-1| = -x+1$

Επομένως

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^2 |1-x| - 3|x| + 1) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} [2x^2 (-1+x) - 3x + 1] = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^3 - 2x^2 - 3x + 1) \overset{\text{κρατάμε μόνο τους μεγιστοβάθμιους όρους}}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^3 = \boxed{+\infty} \end{aligned}$$

7.8 3)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} |2x^2 - 4x| = \lim_{x \rightarrow +\infty} |x^2| \left| 2 - \frac{4}{x} \right| = (+\infty) |2 - 0| = \boxed{+\infty}$$

7.8 4)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 - |x - x^2|) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - |x^2| \left| \frac{1}{x} - 1 \right| \right) = 1 - (+\infty) |0 - 1| = \boxed{-\infty}$$

7.8 5)

Όταν $x \rightarrow +\infty$ είναι $x > 0$ οπότε $|x| = x$

Επομένως

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4|x| + 5}{1 - 2|x|} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x + 5}{1 - 2x} \overset{\text{κρατάμε μόνο τους μεγιστοβάθμιους όρους}}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4\cancel{x} + 5}{-2\cancel{x}} = \boxed{-2}$$

7.8 6)

Όταν $x \rightarrow -\infty$ είναι $x < 0$ οπότε $|x| = -x$

Επομένως

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x|}{1 + |x|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{1 - x} \overset{\text{κρατάμε μόνο τους μεγιστοβάθμιους όρους}}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\cancel{-x}}{\cancel{-x}} = \boxed{1}$$

7.8 7)

Όταν $u \rightarrow +\infty$ είναι $u+1 > 0$ και $u-1 > 0$ άρα $|u+1| = u+1$ και $|u-1| = u-1$

Επομένως

$$\lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{u+1 - (u-1)}{u} = \lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{\cancel{u} + 1 - \cancel{u} + 1}{u} = \lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{2}{u} = \boxed{0}$$

7.8 8)

Όταν $t \rightarrow +\infty$ είναι και $t^2 - 1 > 0$ άρα $|t^2 - 1| = t^2 - 1$

Επομένως

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{|t^2 - 1|}{t - 1} = \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{t^2 - 1}{t - 1} \overset{\text{κρατάμε μόνο τους μεγαλύτερους όρους}}{=} \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{t^2}{t} = \boxed{-\infty}$$

7.8 9)

Όταν $y \rightarrow +\infty$ είναι $y - y^2 = y(1 - y) < 0$ άρα $|y - y^2| = y - y^2$

Επομένως

$$\lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{y|y - y^2|}{2y^2 + 3} = \lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{y(-y + y^2)}{2y^2 + 3} = \lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{y^3 - y^2}{2y^2 + 3} \overset{\text{κρατάμε μόνο τους μεγαλύτερους όρους}}{=} \lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{y^3}{2y^2} = \boxed{+\infty}$$

7.8 10)

Όταν $y \rightarrow +\infty$ είναι $y^2 - y - 2 = (y + 1)(y - 2) > 0$ και $y - 1 > 0$ άρα

$$|y^2 - y - 2| = y^2 - y - 2 \text{ και } |y - 1| = y - 1$$

Επομένως

$$\lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{y(y^2 - y - 2)}{3y - (y - 1)} = \lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{y^3 - y^2 - 2y}{3y - y + 1} = \lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{y^3 - y^2 - 2y}{2y + 1} \overset{\text{κρατάμε μόνο τους μεγαλύτερους όρους}}{=} \lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{y^3}{2y} = \boxed{+\infty}$$