

7.22 1)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\mu x^3 + 2x - 1}{(\mu - 1)x^2 + 3} \stackrel{\text{κρατάμε μόνο τους μεγιστοβάθμιους όρους}}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\mu x^{\cancel{3}}}{(\mu - 1) x^{\cancel{2}}} = \boxed{\frac{\mu}{\mu - 1}(-\infty)}$$

Οπότε $(\frac{\mu}{\mu - 1} > 0 \Leftrightarrow \mu < 0 \text{ ή } \mu > 1)$

• Αν $\mu < 0$ ή $\mu > 1 \Rightarrow \frac{\mu}{\mu - 1} > 0$, το ζητούμενο όριο είναι $\boxed{-\infty}$

• Αν $0 < \mu < 1 \Rightarrow \frac{\mu}{\mu - 1} < 0$, το ζητούμενο όριο είναι $\boxed{+\infty}$

• Αν $\mu = 1$, το ζητούμενο όριο γίνεται

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 2x - 1}{3} \stackrel{\text{κρατάμε μόνο τους μεγιστοβάθμιους όρους}}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{3} = \boxed{-\infty}$$

• Αν $\mu = 0$, το ζητούμενο όριο γίνεται

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 1}{-x^2 + 3} \stackrel{\text{κρατάμε μόνο τους μεγιστοβάθμιους όρους}}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2\cancel{x}}{-x^{\cancel{2}}} = \boxed{0}$$

7.22 2)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\lambda - 3)x^3 - x^2 + 2}{x^2 + 3x - 1} \stackrel{\text{κρατάμε μόνο τους μεγιστοβάθμιους όρους}}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\lambda - 3)x^{\cancel{3}}}{x^{\cancel{2}}} = \boxed{(\lambda - 3)(+\infty)}$$

Οπότε $(\lambda - 3 > 0 \Leftrightarrow \lambda > 3)$

• Αν $\lambda < 3 \Rightarrow \lambda - 3 < 0$, το ζητούμενο όριο είναι $\boxed{-\infty}$

• Αν $\lambda > 3 \Rightarrow \lambda - 3 > 0$, το ζητούμενο όριο είναι $\boxed{+\infty}$

• Αν $\lambda = 3$, το ζητούμενο όριο γίνεται

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2 + 2}{x^2 + 3x - 1} \stackrel{\text{κρατάμε μόνο τους μεγιστοβάθμιους όρους}}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^{\cancel{2}}}{x^{\cancel{2}}} = \boxed{-1}$$

7.22 3)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 - 5x + 7}{(\mu + 2)x - 1} \stackrel{\text{κρατάμε μόνο τους μεγιστοβάθμιους όρους}}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^{\cancel{3}}}{(\mu + 2)\cancel{x}} = \boxed{\frac{2}{\mu + 2}(+\infty)}$$

Οπότε $(\frac{2}{\mu + 2} > 0 \Leftrightarrow \mu > -2)$

• Αν $\mu < -2 \Rightarrow \frac{2}{\mu + 2} < 0$, το ζητούμενο όριο είναι $\boxed{-\infty}$

• Αν $\mu > -2 \Rightarrow \frac{2}{\mu + 2} > 0$, το ζητούμενο όριο είναι $\boxed{+\infty}$

• Αν $\mu = -2$, το ζητούμενο όριο γίνεται

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 - 5x + 7}{-1} \stackrel{\text{κρατάμε μόνο τους μεγιστοβάθμιους όρους}}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3}{-1} = \boxed{-\infty}$$

7.22 4)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\mu+1)x^3 - x^2 + 3}{(\mu-5)x^2 + 3x - 1} \stackrel{\text{κρατάμε μόνο τους μεγιστοβάθμιους όρους}}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(\mu+1)x^{\cancel{3}}}{(\mu-5)x^{\cancel{2}}} = \boxed{\frac{\mu+1}{\mu-5}(-\infty)}$$

Οπότε $(\frac{\mu+1}{\mu-5} > 0 \Leftrightarrow \mu < -1 \text{ ή } \mu > 5)$

• Αν $\mu < -1$ ή $\mu > 5 \Rightarrow \frac{\mu+1}{\mu-5} > 0$, το ζητούμενο όριο είναι $\boxed{-\infty}$

• Αν $-1 < \mu < 5 \Rightarrow \frac{\mu+1}{\mu-5} < 0$, το ζητούμενο όριο είναι $\boxed{+\infty}$

• Αν $\mu = -1$, το ζητούμενο όριο γίνεται

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2 + 3}{-6x^2 + 3x - 1} \stackrel{\text{κρατάμε μόνο τους μεγιστοβάθμιους όρους}}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^{\cancel{2}}}{-6x^{\cancel{2}}} = \boxed{\frac{1}{6}}$$

• Αν $\mu = 5$, το ζητούμενο όριο γίνεται

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^3 - x^2 + 3}{3x - 1} \stackrel{\text{κρατάμε μόνο τους μεγιστοβάθμιους όρους}}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x^{\cancel{3}^2}}{3\cancel{x}} = \boxed{+\infty}$$

7.22 5)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(\lambda-1)x^2 - 2x + 5}{\lambda x^2 + \lambda x - 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^{\cancel{2}} \left(\lambda - 1 - \frac{2}{x} + \frac{5}{x^2} \right)}{x^{\cancel{2}} \left(\lambda + \frac{\lambda}{x} - \frac{3}{x^2} \right)} = \frac{\lambda - 1 - 0 + 0}{\lambda + 0 - 0}$$

Οπότε

Αν $\boxed{\lambda \neq 0}$, το ζητούμενο όριο είναι $\boxed{\frac{\lambda-1}{\lambda}}$

Αν $\boxed{\lambda = 0}$, το ζητούμενο όριο γίνεται

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(\lambda-1)x^2 - 2x + 5}{\lambda x^2 + \lambda x - 3} \stackrel{\lambda=0}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2 - 2x + 5}{-3} \stackrel{\text{κρατάμε μόνο τους μεγιστοβάθμιους όρους}}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{-3} = \boxed{+\infty}$$