7.19 1)

Έχουμε ότι

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{4x-\eta\mu^2x}{2x+5\eta\mu^4x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\cancel{x}\left(4-\frac{\eta\mu^2x}{x}\right)}{\cancel{x}\left(2+\frac{5\eta\mu^4x}{x}\right)}\quad(1)$$

Όμως

$$\left.\begin{aligned}&0\le\eta\mu^2x\le1\overset{\text{όταν }x\to+\infty,\,x>0}{\Rightarrow}0\le\frac{\eta\mu^2x}{x}\le\frac{1}{x}\\&\text{Όμως }\lim_{x\to+\infty}0=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0\end{aligned}\right\}\overset{\text{κριτήριο παρεμβολής}}{\Rightarrow}\lim_{x\to+\infty}\frac{\eta\mu^2x}{x}=\boxed{0}\quad(2)$$

και ομοίως

$$\left.\begin{aligned}&0\le\eta\mu^4x\le1\overset{\text{όταν }x\to+\infty,\,x>0}{\Rightarrow}0\le\frac{\eta\mu^4x}{x}\le\frac{1}{x}\\&\text{Όμως }\lim_{x\to+\infty}0=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0\end{aligned}\right\}\overset{\text{κριτήριο παρεμβολής}}{\Rightarrow}\lim_{x\to+\infty}\frac{\eta\mu^4x}{x}=\boxed{0}\quad(3)$$

Οπότε

$$(1)\Rightarrow\lim_{x\to+\infty}\frac{4x-\eta\mu^2x}{2x+5\eta\mu^4x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{4-\frac{\eta\mu^2x}{x}}{2+\frac{5\eta\mu^4x}{x}}\overset{(2),(3)}{=}\frac{4-0}{2+5\cdot0}=\boxed{2}$$

7.19 2)

Έχουμε ότι

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{6x^2-3\eta\mu x+3}{3x^2+5\sigma\upsilon\nu2x-1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\cancel{x^2}\left(6-3\frac{\eta\mu x}{x^2}+\frac{3}{x^2}\right)}{\cancel{x^2}\left(3+5\frac{\sigma\upsilon\nu2x}{x^2}-\frac{1}{x^2}\right)}\quad(1)$$

Όμως

$$\left.\begin{aligned}&-1\le\eta\mu x\le1\overset{\text{όταν }x\to-\infty,\,x^2>0}{\Rightarrow}-\frac{1}{x^2}\le\frac{\eta\mu x}{x^2}\le\frac{1}{x^2}\\&\text{Όμως }\lim_{x\to-\infty}-\frac{1}{x^2}=\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x^2}=0\end{aligned}\right\}\overset{\text{κριτήριο παρεμβολής}}{\Rightarrow}\lim_{x\to-\infty}\frac{\eta\mu x}{x^2}=\boxed{0}\quad(2)$$

και ομοίως

$$\left.\begin{aligned}&-1\le\sigma\upsilon\nu2x\le1\overset{\text{όταν }x\to-\infty,\,x^2>0}{\Rightarrow}-\frac{1}{x^2}\le\frac{\sigma\upsilon\nu2x}{x^2}\le\frac{1}{x^2}\\&\text{Όμως }\lim_{x\to-\infty}-\frac{1}{x^2}=\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x^2}=0\end{aligned}\right\}\overset{\text{κριτήριο παρεμβολής}}{\Rightarrow}\lim_{x\to-\infty}\frac{\sigma\upsilon\nu2x}{x^2}=\boxed{0}\quad(3)$$

Οπότε

$$(1) \Rightarrow \lim_{x\to-\infty} \frac{6x^2-3\eta\mu x+3}{3x^2+5\sigma\upsilon\nu 2x-1} = \lim_{x\to-\infty} \frac{6-3\frac{\eta\mu x}{x^2}+\frac{3}{x^2}}{3+5\frac{\sigma\upsilon\nu 2x}{x^2}-\frac{1}{x^2}} \overset{(2),(3)}{=} \frac{6-3\cdot 0+0}{3+5\cdot 0-0} = \boxed{2}$$

7.19 3)

Έχουμε ότι

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{4x^3-3x^2\eta\mu x-2\sigma\upsilon\nu x}{x^3+5x\sigma\upsilon\nu^2 2x-\eta\mu x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\cancel{x^3}\left(4-3\frac{\eta\mu x}{x}-2\frac{\sigma\upsilon\nu x}{x^3}\right)}{\cancel{x^3}\left(1+5\frac{\sigma\upsilon\nu^2 2x}{x^2}-\frac{\eta\mu x}{x^3}\right)} \quad (1)$$

Όμως

$$\left.\begin{array}{l} -1 \le \eta\mu x \le 1 \overset{\text{όταν } x\to-\infty\text{ , } x<0}{\Rightarrow} -\frac{1}{x} \ge \frac{\eta\mu x}{x} \ge \frac{1}{x} \\ \text{Όμως } \lim_{x\to-\infty} -\frac{1}{x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{1}{x} = 0 \end{array}\right\} \overset{\text{κριτήριο παρεμβολής}}{\Rightarrow} \lim_{x\to-\infty} \frac{\eta\mu x}{x^2} = \boxed{0} \quad (2)$$

ομοίως

$$\left.\begin{array}{l} -1 \le \sigma\upsilon\nu x \le 1 \overset{\text{όταν } x\to-\infty\text{ , } x^3<0}{\Rightarrow} -\frac{1}{x^3} \ge \frac{\sigma\upsilon\nu x}{x^3} \ge \frac{1}{x^3} \\ \text{Όμως } \lim_{x\to-\infty} -\frac{1}{x^3} = \lim_{x\to-\infty} \frac{1}{x^3} = 0 \end{array}\right\} \overset{\text{κριτήριο παρεμβολής}}{\Rightarrow} \lim_{x\to-\infty} \frac{\sigma\upsilon\nu x}{x^3} = \boxed{0} \quad (3)$$

ομοίως

$$\left.\begin{array}{l} 0 \le \sigma\upsilon\nu^2 x \le 1 \overset{\text{όταν } x\to-\infty\text{ , } x^2>0}{\Rightarrow} 0 \le \frac{\sigma\upsilon\nu^2 x}{x^2} \le \frac{1}{x^2} \\ \text{Όμως } \lim_{x\to-\infty} 0 = \lim_{x\to-\infty} \frac{1}{x^2} = 0 \end{array}\right\} \overset{\text{κριτήριο παρεμβολής}}{\Rightarrow} \lim_{x\to-\infty} \frac{\sigma\upsilon\nu^2 x}{x^2} = \boxed{0} \quad (4)$$

και ομοίως

$$\left.\begin{array}{l} -1 \le \eta\mu x \le 1 \overset{\text{όταν } x\to-\infty\text{ , } x^3<0}{\Rightarrow} -\frac{1}{x^3} \ge \frac{\eta\mu x}{x^3} \ge \frac{1}{x^3} \\ \text{Όμως } \lim_{x\to-\infty} -\frac{1}{x^3} = \lim_{x\to-\infty} \frac{1}{x^3} = 0 \end{array}\right\} \overset{\text{κριτήριο παρεμβολής}}{\Rightarrow} \lim_{x\to-\infty} \frac{\eta\mu x}{x^3} = \boxed{0} \quad (5)$$

Οπότε

$$(1) \Rightarrow \lim_{x\to-\infty} \frac{4x^3-3x^2\eta\mu x-2\sigma\upsilon\nu x}{x^3+5x\sigma\upsilon\nu^2 2x-\eta\mu x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{4-3\frac{\eta\mu x}{x}-2\frac{\sigma\upsilon\nu x}{x^3}}{1+5\frac{\sigma\upsilon\nu^2 2x}{x^2}-\frac{\eta\mu x}{x^3}} \overset{(2),(3),(4),(5)}{=} \frac{4-3\cdot 0-2\cdot 0}{1+5\cdot 0-0} = \boxed{4}$$