Γ ΛΥΚΕΙΟΥ ΜΕΡΟΣ Α

7.18 1)

Έχουμε ότι

$$\lim_{x\to-\infty}\left(x^3-2x\eta\mu x+1\right)=\lim_{x\to-\infty}\left[x^3\left(1-\frac{2\eta\mu x}{x^2}+\frac{1}{x^3}\right)\right] \quad (1)$$

Όμως

$$\left.\begin{aligned}&-1\le \eta\mu x\le 1 \overset{x^2>0}{\Rightarrow} -\frac{1}{x^2}\le\frac{\eta\mu x}{x^2}\le\frac{1}{x^2}\\ &\text{Όμως}\ \lim_{x\to-\infty}-\frac{1}{x^2}=\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x^2}=0\end{aligned}\right\}\overset{\text{κριτήριο παρεμβολής}}{\Rightarrow}\lim_{x\to-\infty}\frac{\eta\mu x}{x^2}=\boxed{0} \quad (2)$$

Οπότε

$$(1)\Rightarrow\boxed{\lim_{x\to-\infty}\left(x^3-2x\eta\mu x+1\right)}=\lim_{x\to-\infty}\left[x^3\left(1-\frac{2\eta\mu x}{x^2}+\frac{1}{x^3}\right)\right]\overset{(2)}{=}(-\infty)(1-0+0)=\boxed{-\infty}$$

7.18 2)

Έχουμε ότι

$$\lim_{x\to+\infty}\left(x^2+\eta\mu x\right)=\lim_{x\to+\infty}\left[x^2\left(1+\frac{\eta\mu x}{x^2}\right)\right] \quad (1)$$

Όμως

$$\left.\begin{aligned}&-1\le \eta\mu x\le 1 \overset{x^2>0}{\Rightarrow} -\frac{1}{x^2}\le\frac{\eta\mu x}{x^2}\le\frac{1}{x^2}\\ &\text{Όμως}\ \lim_{x\to+\infty}-\frac{1}{x^2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x^2}=0\end{aligned}\right\}\overset{\text{κριτήριο παρεμβολής}}{\Rightarrow}\lim_{x\to+\infty}\frac{\eta\mu x}{x^2}=\boxed{0} \quad (2)$$

Οπότε

$$(1)\Rightarrow\lim_{x\to+\infty}\left(x^2+\eta\mu x\right)=\lim_{x\to+\infty}\left[x^2\left(1+\frac{\eta\mu x}{x^2}\right)\right]\overset{(2)}{=}(+\infty)(1+0)=\boxed{+\infty}$$

7.18 3)

Έχουμε ότι

$$\lim_{x\to+\infty}\left(x+\eta\mu^2 x\right)=\lim_{x\to+\infty}\left[x\left(1+\frac{\eta\mu^2 x}{x}\right)\right] \quad (1)$$

Όμως

$$\left.\begin{aligned}&0\le \eta\mu^2 x\le 1 \overset{\text{όταν}\ x\to+\infty\Rightarrow x>0}{\Rightarrow} 0\le\frac{\eta\mu^2 x}{x}\le\frac{1}{x}\\ &\text{Όμως}\ \lim_{x\to+\infty}0=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0\end{aligned}\right\}\overset{\text{κριτήριο παρεμβολής}}{\Rightarrow}\lim_{x\to+\infty}\frac{\eta\mu^2 x}{x}=\boxed{0} \quad (2)$$

Οπότε

$$(1)\Rightarrow\lim_{x\to+\infty}\left(x+\eta\mu^2 x\right)=\lim_{x\to+\infty}\left[x\left(1+\frac{\eta\mu^2 x}{x}\right)\right]\overset{(2)}{=}(+\infty)(1+0)=\boxed{+\infty}$$

7.18 4)

Έχουμε ότι

$$\lim_{x\to-\infty}\left(3x^3-x^2+6x-\sigma\upsilon\nu x\right)=\lim_{x\to-\infty}x^3\left(3-\frac{1}{x}+\frac{6}{x^2}-\frac{\sigma\upsilon\nu x}{x^3}\right)\quad(1)$$

Όμως

$$\left.\begin{array}{l} -1\le\sigma\upsilon\nu x\le 1 \overset{\substack{\text{όταν } x\to-\infty \\ \Rightarrow x<0\Rightarrow x^3<0}}{\Rightarrow} -\dfrac{1}{x^3}\ge\dfrac{\sigma\upsilon\nu x}{x^3}\ge\dfrac{1}{x^3} \\ \\ \text{Όμως } \lim\limits_{x\to-\infty}-\dfrac{1}{x^3}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{x^3}=0 \end{array}\right\} \overset{\text{κριτήριο παρεμβολής}}{\Rightarrow} \lim_{x\to-\infty}\frac{\sigma\upsilon\nu x}{x^3}=\boxed{0}\quad(2)$$

Οπότε

$$(1)\Rightarrow\lim_{x\to-\infty}\left(3x^3-x^2+6x-\sigma\upsilon\nu x\right)=\lim_{x\to-\infty}x^3\left(3-\frac{1}{x}+\frac{6}{x^2}-\frac{\sigma\upsilon\nu x}{x^3}\right)\overset{(2)}{=}$$

$$=(-\infty)(3-0+0-0)=\boxed{-\infty}$$