6.5 1)

α) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-x-2}{(x-2)(x+1)^3} \overset{x^2-x-2=(x-2)(x+1)}{=} \lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\cancel{(x-2)}\cancel{(x+1)}}{\cancel{(x-2)}(x+1)^{\not 3^2}} = \lim\limits_{x\to -1}\dfrac{1}{(x+1)^2} = \boxed{+\infty}$

β) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-2x-3}{x^2-6x+9} \overset{\substack{x^2-2x-3=(x-3)(x+1)\\ x^2-6x+9=(x-3)^2}}{=} \lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\cancel{(x-3)}(x+1)}{(x-3)^{\not 2}} = \lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x+1}{x-3} =$

$= \lim\limits_{x\to 3}(x+1)\cdot\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x+1}{x-3} = 4\cdot\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{1}{x-3} = \begin{cases}\text{Αν } x>3: & 4\cdot\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{1}{x-3} = 4\cdot(+\infty) = +\infty\\ \text{Αν } x<3: & 4\cdot\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{1}{x-3} = 4\cdot(-\infty) = -\infty\end{cases}$

Άρα το $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-2x-3}{x^2-6x+9}$ <u>δεν υπάρχει</u>

γ) $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{2x^2-8}{x^3-5x^2+8x-4} \overset{\substack{2x^2-8=2(x^2-4)=2(x-2)(x+2)\\ x^3-5x^2+8x-4:\ \text{ρίζα το } x=2\\ \text{παραγοντοποίηση με Horner}}}{=} \lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{2\cancel{(x-2)}(x+2)}{(x-1)(x-2)^{\not 2}} =$

$= \lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{2(x+2)}{(x-1)}\cdot\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{1}{x-2} = \dfrac{2(2+2)}{(2-1)}\cdot(+\infty) = 8\cdot(+\infty) = \boxed{+\infty}$

6.5 2)

$\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{2x+8}{(x-3)(x+4)^3} = \lim\limits_{x\to -4}\dfrac{2\cancel{(x+4)}}{(x-3)(x+4)^{\not 3^2}} = \lim\limits_{x\to -4}\dfrac{2}{x-3}\cdot\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{1}{(x+4)^2} =$

$= \dfrac{2}{-7}\cdot(+\infty) = \boxed{-\infty}$

6.5 3)

$\lim\limits_{x\to 5^+}\dfrac{2x-10}{(x-5)^2(x+1)^2} = \lim\limits_{x\to 5^+}\dfrac{2\cancel{(x-5)}}{(x-5)^{\not 2}(x+1)^2} = \lim\limits_{x\to 5^+}\dfrac{2}{(x+1)^2}\cdot\lim\limits_{x\to 5^+}\dfrac{1}{(x-5)} =$

$= \dfrac{2}{36}\cdot(+\infty) = \boxed{+\infty}$

6.5 4)

$\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}}\dfrac{4x-2}{(2x+9)(2x-1)^2} = \lim\limits_{x\to \frac{1}{2}}\dfrac{2\cancel{(2x-1)}}{(2x+9)(2x-1)^{\not 2}} = \lim\limits_{x\to \frac{1}{2}}\dfrac{2}{2x+9}\cdot\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}}\dfrac{1}{2x-1} =$

$= \dfrac{2}{10}\cdot\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}}\dfrac{1}{2x-1} = \begin{cases}\text{Αν } x>\frac{1}{2}: & \frac{1}{5}\cdot\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}^+}\dfrac{1}{2x-1} = \frac{1}{5}\cdot(+\infty) = +\infty\\ \text{Αν } x<\frac{1}{2}: & \frac{1}{5}\cdot\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}^-}\dfrac{1}{2x-1} = \frac{1}{5}\cdot(-\infty) = -\infty\end{cases}$

Άρα το $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}}\dfrac{4x-2}{(2x+9)(2x-1)^2}$ <u>δεν υπάρχει</u>

6.5 5)

$$\lim_{x\to 2^-}\frac{10-5x}{x^2-4x+4}=\lim_{x\to 2^-}\frac{-5\cancel{(x-2)}}{(x-2)^{\cancel{2}}}=-5\lim_{x\to 2^-}\frac{1}{(x-2)}=-5\cdot(-\infty)=\boxed{+\infty}$$

6.5 6)

$$\lim_{x\to 3}\frac{4x-12}{x^2-6x+9}=\lim_{x\to 3}\frac{4\cancel{(x-3)}}{(x-3)^{\cancel{2}}}=4\cdot\lim_{x\to 3}\frac{1}{x-3}=\begin{cases}\text{Αν } x>4: & 4\cdot\lim\limits_{x\to 4^+}\frac{1}{x-3}=4\cdot(+\infty)=+\infty\\ \text{Αν } x<4: & 4\cdot\lim\limits_{x\to 4^-}\frac{1}{x-3}=4\cdot(-\infty)=-\infty\end{cases}$$

Άρα το $\lim\limits_{x\to 3}\frac{4x-12}{x^2-6x+9}$ δεν υπάρχει

6.5 7)

$$\lim_{x\to 1}\frac{2x-2}{x^3-3x^2+3x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{2\cancel{(x-1)}}{(x-1)^{\cancel{3}^{2}}}=2\cdot\lim_{x\to 1}\frac{1}{(x-1)^2}=2\cdot(+\infty)=\boxed{+\infty}$$

6.5 8)

$$\lim_{x\to -3^-}\frac{2x+6}{x^3+5x^2+3x-9}\overset{\substack{x^3+5x^2+3x-9:\ \text{ρίζα το } x=-3\\ \text{παραγοντοποίηση με Horner}}}{=}\lim_{x\to -3^-}\frac{2\cancel{(x+3)}}{(x+3)^{\cancel{2}}(x-1)}=$$

$$=\lim_{x\to -3^-}\frac{2}{x-1}\cdot\lim_{x\to -3^-}\frac{1}{x+3}=\frac{2}{-4}\cdot(-\infty)=\boxed{+\infty}$$

6.5 9)

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-x}{x^3-6x^2+9x-4}\overset{\substack{x^3-6x^2+9x-4:\ \text{ρίζα το } x=1\\ \text{παραγοντοποίηση με Horner}}}{=}\lim_{x\to 1}\frac{x\cancel{(x-1)}}{(x-1)^{\cancel{2}}(x-4)}=\lim_{x\to 1}\frac{x}{x-4}\cdot\lim_{x\to 1}\frac{1}{x-1}=$$

$$=-\frac{1}{3}\cdot\lim_{x\to 1}\frac{1}{x-1}=\begin{cases}\text{Αν } x>1: & -\frac{1}{3}\cdot\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{1}{x-1}=-\frac{1}{3}\cdot(+\infty)=-\infty\\ \text{Αν } x<1: & -\frac{1}{3}\cdot\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{1}{x-1}=-\frac{1}{3}\cdot(-\infty)=+\infty\end{cases}$$

Άρα το $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\frac{4x-2}{(2x+9)(2x-1)^2}$ δεν υπάρχει

6.5 10)

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^3-x^2-x+1}\overset{\substack{x^3-x^2-x+1:\ \text{ρίζα το } x=1\\ \text{παραγοντοποίηση με Horner}}}{=}\lim_{x\to 1}\frac{\cancel{x^2-1}}{(x-1)\cancel{(x^2-1)}}=\lim_{x\to 1}\frac{1}{x-1}$$

$$=\left.\begin{cases}\overset{\text{Αν } x>1}{=}\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{1}{x-1}=+\infty\\ \\ \overset{\text{Αν } x<1}{=}\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{1}{x-1}=-\infty\end{cases}\right\}\Rightarrow\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^3-x^2-x+1}\ \text{δεν υπάρχει}$$

6.5 11)

$$\lim_{x\to -1}\frac{x^3+2x^2+2x+1}{x^4+2x^3-2x-1} \overset{\substack{\text{παραγοντοποιήσεις με Horner}\\ x^3-6x^2+9x-4:\ \text{ρίζα το } x=-1}}{=} \lim_{x\to -1}\frac{\cancel{(x+1)}\left(x^2+x+1\right)}{(x+1)^{\not 3^2}(x-1)} =$$

$$= \lim_{x\to -1}\frac{x^2+x+1}{x-1}\cdot \lim_{x\to -1}\frac{1}{(x+1)^2} = \frac{1}{-2}\cdot(+\infty) = \boxed{-\infty}$$