

6.31

Έχουμε ότι

$$\lim_{x \rightarrow 1} \alpha x^2 + x + 2 = \alpha \cdot 1^2 + 1 + 2 = \alpha + 3$$

και

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x - 1) = 1 - 1 = 0$$

Παρατηρούμε λοιπόν ότι αν το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \alpha x^2 + x + 2 = \alpha + 3$ ήταν διάφορο από το

μηδέν τότε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\alpha x^2 + x + 2}{x - 1}$ δεν θα μπορούσε να κάνει 4 (θα έκανε είτε $+\infty$,

είτε $-\infty$, είτε δεν θα υπήρχε) το ίδιο και το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{\alpha x^2 + x + 2}{x - 1} + \beta x \right]$

Αναγκαία λοιπόν θα πρέπει (αλλά δεν θα αρκεί)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \alpha x^2 + x + 2 = 0 \Rightarrow \alpha + 3 = 0 \Rightarrow \boxed{\alpha = -3} \quad (1)$$

Οπότε

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{\alpha x^2 + x + 2}{x - 1} + \beta x \right] = 4 \xRightarrow{\alpha = -3} \lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{-3x^2 + x + 2}{x - 1} + \beta x \right] = 4 \xRightarrow{-3x^2 + x + 2 = (-3x - 2)(x - 1)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} (-3x - 2 + \beta x) = 4 \Rightarrow -3 \cdot 1 - 2 + \beta \cdot 1 = 4 \Rightarrow \boxed{\beta = 9}$$