5.43

Θέτουμε

$$\frac{f(x)-1}{h(x)}=A(x) \quad \text{και} \quad \frac{g(x)-1}{h(x)}=B(x)$$

οπότε θα είναι $\lim\limits_{x\to x_o} A(x)=2$ και $\lim\limits_{x\to x_o} B(x)=3$

Ακόμη

$$\frac{f(x)-1}{h(x)}=A(x)\Rightarrow f(x)-1=A(x)h(x)\Rightarrow f(x)=A(x)h(x)+1 \quad (1)$$

$$\frac{g(x)-1}{h(x)}=B(x)\Rightarrow g(x)-1=B(x)h(x)\Rightarrow g(x)=B(x)h(x)+1 \quad (2)$$

Επομένως

$$\boxed{\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)g(x)-1}{h(x)}} \overset{(1),(2)}{=} \lim_{x\to x_0}\frac{[A(x)h(x)+1][B(x)h(x)+1]-1}{h(x)}=$$

$$=\lim_{x\to x_0}\frac{A(x)B(x)h^2(x)+A(x)h(x)+B(x)h(x)+\cancel{1}-\cancel{1}}{h(x)}=$$

$$=\lim_{x\to x_0}\frac{\cancel{h(x)}[A(x)B(x)h(x)+A(x)+B(x)]}{\cancel{h(x)}} \overset{\substack{\lim_{x\to x_o} A(x)=2\\ \lim_{x\to x_o} B(x)=3\\ \lim_{x\to x_o} h(x)=0}}{=} 2\cdot 3\cdot 0+2+3=\boxed{5}$$