5.25 1)

$$\lim_{x\to 2}\frac{f^2(x)-3f(x)+2}{f(x)-1}\overset{\substack{\text{θέτουμε } y=f(x)\\ \text{όταν } x\to 2,\, y\to 1}}{=}\lim_{y\to 1}\frac{y^2-3y+2}{y-1}\overset{\Delta=1,\ y_1=1,\ y_2=2}{=}$$

$$=\lim_{y\to 1}\frac{\cancel{(y-1)}(y-2)}{\cancel{y-1}}=1-2=\boxed{-1}$$

5.25 2)

$$\lim_{x\to 1}\frac{2f^2(x)-5f(x)-3}{f^2(x)-9}\overset{\substack{\text{θέτουμε } y=f(x)\\ \text{όταν } x\to 1,\, y\to 3}}{=}\lim_{y\to 3}\frac{2y^2-5y-3}{y^2-9}\overset{\Delta=49,\ y_1=3,\ y_2=-\frac{1}{2}}{=}$$

$$=\lim_{y\to 3}\frac{2\cancel{(y-3)}\left(y+\frac{1}{2}\right)}{\cancel{(y-3)}(y+3)}=\lim_{y\to 3}\frac{2y+1}{y+3}=\frac{2\cdot 3+1}{3+3}=\boxed{\frac{7}{6}}$$

5.25 3)

$$\lim_{x\to -3}\frac{2f^2(x)+3f(x)+|4f(x)+3|}{3f^2(x)+4f(x)+|f(x)+2|}\overset{\substack{\text{θέτουμε } y=f(x)\\ \text{όταν } x\to -3,\ y\to -1}}{=}\lim_{y\to -1}\frac{2y^2+3y+|4y+3|}{3y^2+4y+|y+2|}\overset{\substack{\lim_{y\to -1}(4y+3)=-1<0\\ \lim_{y\to -1}(y+2)=1>0}}{=}$$

$$2y^2-y-3:\Delta=25\Rightarrow y_{1,2}=\frac{1\pm 5}{4}\Rightarrow \begin{cases} y_1=\frac{1+5}{4}\Rightarrow y_1=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}\\ y_2=\frac{1-5}{4}\Rightarrow y_2=-1\end{cases}$$

$$3y^2+5y+2:\Delta=1\Rightarrow y_{1,2}=\frac{-5\pm 1}{6}\Rightarrow \begin{cases} y_1=\frac{-5+1}{6}\Rightarrow y_1=\frac{-4}{6}=-\frac{2}{3}\\ y_2=\frac{-5-1}{6}\Rightarrow y_2=-1\end{cases}$$

$$=\lim_{y\to -1}\frac{2y^2+3y-4y-3}{3y^2+4y+y+2}=\lim_{y\to -1}\frac{2y^2-y-3}{3y^2+5y+2}=$$

$$=\lim_{y\to -1}\frac{2\left(y-\frac{3}{2}\right)\cancel{(y+1)}}{3\left(y+\frac{2}{3}\right)\cancel{(y+1)}}=\lim_{y\to -1}\frac{2y-3}{3y+2}=\frac{2\cdot(-1)-3}{3(-1)+2}=\boxed{5}$$

5.25 4)

$$\lim_{x\to -1}\frac{2f(x)-6}{\sqrt{f(x)+1}-2}\overset{\substack{\text{θέτουμε } y=f(x)\\ \text{όταν } x\to -1,\ y\to 3}}{=}\lim_{y\to 3}\frac{2y-6}{\sqrt{y+1}-2}\overset{\substack{\text{πολλαπλασιάζουμε αριθμητή}\\ \text{και παρονομαστή με } \sqrt{y+1}+2}}{=}$$

$$=\lim_{y\to 3}\frac{(2y-6)\left(\sqrt{y+1}+2\right)}{\left(\sqrt{y+1}-2\right)\left(\sqrt{y+1}+2\right)}=\lim_{y\to 3}\frac{2(y-3)\left(\sqrt{y+1}+2\right)}{\sqrt{y+1}^2-2^2}=\lim_{y\to 3}\frac{2(y-3)\left(\sqrt{y+1}+2\right)}{y+1-4}=$$

$$=\lim_{y\to 3}\frac{2\cancel{(y-3)}\left(\sqrt{y+1}+2\right)}{\cancel{y-3}}=2\left(\sqrt{3+1}+2\right)=\boxed{8}$$