

5.21 1)

$$\begin{aligned}
|f(x)| \leq 1 & \xRightarrow{\text{πολλαπλασιάζουμε με } |g(x)| \geq 0} |f(x)| \cdot |g(x)| \leq 1 \cdot |g(x)| \Rightarrow |f(x)g(x)| \leq |g(x)| \Rightarrow \\
& \Rightarrow -|g(x)| \leq f(x)g(x) \leq |g(x)| \\
& \text{και επειδή } \lim_{x \rightarrow x_0} (-|g(x)|) = -0 = 0 \text{ και } \lim_{x \rightarrow x_0} (|g(x)|) = 0 \text{ από το κριτήριο} \\
& \text{παρεμβολής έχουμε ότι } \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = 0
\end{aligned}$$

5.21 2)

$$\begin{aligned}
|f(x)| \leq 4 & \xRightarrow{\text{πολλαπλασιάζουμε με } |g(x)| \geq 0} |f(x)| \cdot |g(x)| \leq 4 \cdot |g(x)| \Rightarrow |f(x)g(x)| \leq 4 \cdot |g(x)| \Rightarrow \\
& \Rightarrow -4 \cdot |g(x)| \leq f(x)g(x) \leq 4 \cdot |g(x)| \\
& \text{και επειδή } \lim_{x \rightarrow x_0} (-4 \cdot |g(x)|) = -4 \cdot 0 = 0 \text{ και } \lim_{x \rightarrow x_0} (4 \cdot |g(x)|) = 0 \text{ από το κριτήριο} \\
& \text{παρεμβολής έχουμε ότι } \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = 0
\end{aligned}$$