5.18 1)

Για κάθε $x > -1$ έχουμε

$$1 < f(x) < 12 \overset{x+1>0}{\Rightarrow} x+1 < (x+1)f(x) < 12(x+1)$$

Οπότε

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to -1^+}(x+1)=0 \\ \\ \lim\limits_{x\to -1^+}12(x+1)=0 \\ \\ x+1<(x+1)f(x)<12(x+1) \end{array}\right\} \overset{\text{κριτήριο παρεμβολής}}{\Rightarrow} \boxed{\lim\limits_{x\to -1^+}(x+1)f(x)=0} \quad (1)$$

Ομοίως για κάθε $x < -1$ έχουμε

$$1 < f(x) < 12 \overset{x+1<0}{\Rightarrow} x+1 > (x+1)f(x) > 12(x+1)$$

Οπότε

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to -1^-}(x+1)=0 \\ \\ \lim\limits_{x\to -1^-}12(x+1)=0 \\ \\ x+1>(x+1)f(x)>12(x+1) \end{array}\right\} \overset{\text{κριτήριο παρεμβολής}}{\Rightarrow} \boxed{\lim\limits_{x\to -1^-}(x+1)f(x)=0} \quad (2)$$

Επομένως (1) , (2) $\Rightarrow \boxed{\lim\limits_{x\to -1}(x+1)f(x)=0}$

5.18 2)

Για κάθε $x > 2$ έχουμε

$$3 < f(x) < 9 \overset{x-2>0}{\Rightarrow} 3(x-2) < (x-2)f(x) < 9(x-2)$$

Οπότε

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 2^+}3(x-2)=0 \\ \\ \lim\limits_{x\to 2^+}9(x-2)=0 \\ \\ 3(x-2)<(x-2)f(x)<9(x-2) \end{array}\right\} \overset{\text{κριτήριο παρεμβολής}}{\Rightarrow} \boxed{\lim\limits_{x\to 2^+}(x-2)f(x)=0} \quad (1)$$

Ομοίως για κάθε $x < 2$ έχουμε

$$3 < f(x) < 9 \overset{x-2<0}{\Rightarrow} 3(x-2) > (x-2)f(x) > 9(x-2)$$

Οπότε

$$\left.\begin{aligned}&\lim_{x\to 2^-} 3(x-2)=0\\&\lim_{x\to 2^-} 9(x-2)=0\\&3(x-2)>(x-2)f(x)>9(x-2)\end{aligned}\right\}\overset{\text{κριτήριο παρεμβολής}}{\Rightarrow}\boxed{\lim_{x\to 2^-}(x-2)f(x)=0}\quad (2)$$

Επομένως (1) , (2) $\Rightarrow \boxed{\lim_{x\to 2}(x-2)f(x)=0}$

5.18 3)

Για κάθε $x>3$ έχουμε

$$-1<f(x)<8\overset{x-3>0}{\Rightarrow}-(x-3)<(x-3)f(x)<8(x-3)$$

Οπότε

$$\left.\begin{aligned}&\lim_{x\to 3^+} -(x-3)=0\\&\lim_{x\to 3^+} 8(x-3)=0\\&-(x-3)<(x-2)f(x)<8(x-3)\end{aligned}\right\}\overset{\text{κριτήριο παρεμβολής}}{\Rightarrow}\boxed{\lim_{x\to 3^+}(x-3)f(x)=0}\quad (1)$$

Ομοίως για κάθε $x<3$ έχουμε

$$-1<f(x)<8\overset{x-3<0}{\Rightarrow}-(x-3)>(x-3)f(x)>8(x-3)$$

Οπότε

$$\left.\begin{aligned}&\lim_{x\to 3^-} -(x-3)=0\\&\lim_{x\to 3^-} 8(x-3)=0\\&-(x-3)>(x-2)f(x)>8(x-3)\end{aligned}\right\}\overset{\text{κριτήριο παρεμβολής}}{\Rightarrow}\boxed{\lim_{x\to 3}(x-3)f(x)=0}\quad (2)$$

Επομένως (1) , (2) $\Rightarrow \boxed{\lim_{x\to 3}(x-3)f(x)=0}$

5.18 4)

Για κάθε $x>-4$ έχουμε

$$\alpha<f(x)<\beta\overset{x+4>0}{\Rightarrow}\alpha(x+4)<(x+4)f(x)<\beta(x+4)$$

Οπότε

$$\left.\begin{aligned} &\lim_{x\to -4^+} \alpha(x+4)=0 \\ &\lim_{x\to -4^+} \beta(x+4)=0 \\ &\alpha(x+4)<(x+4)f(x)<\beta(x+4) \end{aligned}\right\} \overset{\text{κριτήριο παρεμβολής}}{\Rightarrow} \boxed{\lim_{x\to -4^+}(x+4)f(x)=0} \quad (1)$$

Ομοίως για κάθε $x > -4$ έχουμε

$$\alpha<f(x)<\beta \overset{x+4<0}{\Rightarrow} \alpha(x+4)>(x+4)f(x)>\beta(x+4)$$

Οπότε

$$\left.\begin{aligned} &\lim_{x\to -4^-} \alpha(x+4)=0 \\ &\lim_{x\to -4^-} \beta(x+4)=0 \\ &\alpha(x+4)>(x+4)f(x)>\beta(x+4) \end{aligned}\right\} \overset{\text{κριτήριο παρεμβολής}}{\Rightarrow} \boxed{\lim_{x\to -4^-}(x+4)f(x)=0} \quad (2)$$

Επομένως (1) , (2) $\Rightarrow \boxed{\lim_{x\to -4}(x+4)f(x)=0}$