5.17 1)

Είναι

$$5 \le f(x) \le 10 \overset{x^2 \ge 0}{\Rightarrow} 5x^2 \le x^2 f(x) \le 10x^2$$

Οπότε

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to 0}\left(5x^2\right) = 0 \\ \lim\limits_{x \to 0}\left(10x^2\right) = 0 \\ 5x^2 \le x^2 f(x) \le 10x^2 \end{array}\right\} \overset{\text{κριτήριο παρεμβολής}}{\Rightarrow} \boxed{\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 0}$$

5.17 2)

Είναι

$$2 \le f(x) \le 8 \overset{(x-3)^2 \ge 0}{\Rightarrow} 2 \cdot (x-3)^2 \le (x-3)^2 \cdot f(x) \le 8 \cdot (x-3)^2$$

Οπότε

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to 3}\left[2 \cdot (x-3)^2\right] = 0 \\ \lim\limits_{x \to 3}\left[8 \cdot (x-3)^2\right] = 0 \\ 2 \cdot (x-3)^2 \le (x-3)^2 \cdot f(x) \le 8 \cdot (x-3)^2 \end{array}\right\} \overset{\text{κριτήριο παρεμβολής}}{\Rightarrow} \boxed{\lim\limits_{x \to 3} f(x) = 0}$$

5.17 3)

Είναι

$$-3 \le f(x) \le 12 \overset{(x+1)^2 \ge 0}{\Rightarrow} -3 \cdot (x+1)^2 \le (x+1)^2 \cdot f(x) \le 12 \cdot (x+1)^2$$

Οπότε

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to -1}\left[-3 \cdot (x+1)^2\right] = 0 \\ \lim\limits_{x \to -1}\left[12 \cdot (x+1)^2\right] = 0 \\ -3 \cdot (x+1)^2 \le (x+1)^2 \cdot f(x) \le 12 \cdot (x+1)^2 \end{array}\right\} \overset{\text{κριτήριο παρεμβολής}}{\Rightarrow} \boxed{\lim\limits_{x \to -1} f(x) = 0}$$

5.17 4)

Είναι

$$5 \le f(x) \le 25 \overset{(2x-6)^4 \ge 0}{\Rightarrow} 5 \cdot (2x-6)^4 \le (2x-6)^4 \cdot f(x) \le 25 \cdot (2x-6)^4$$

Οπότε

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 3}\left[5\cdot(2x-6)^4\right]=0\\ \lim\limits_{x\to 3}\left[25\cdot(2x-6)^4\right]=0\\ 5\cdot(2x-6)^4\le(2x-6)^4\cdot f(x)\le 25\cdot(2x-6)^4\end{array}\right\}\overset{\text{κριτήριο παρεμβολής}}{\Rightarrow}\boxed{\lim\limits_{x\to 3}f(x)=0}$$

5.17 5)

Είναι

$$\alpha\le f(x)\le\beta\overset{(x^2-x-2)^2\ge 0}{\Rightarrow}\alpha\cdot(x^2-x-2)^2\le(x^2-x-2)^2\cdot f(x)\le\beta\cdot(x^2-x-2)^2$$

Οπότε

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to -1}\left[\alpha\cdot(x^2-x-2)^2\right]=\alpha\cdot\left[(-1)^2-(-1)-2\right]^2=\alpha\cdot 0=0\\ \lim\limits_{x\to -1}\left[\beta\cdot(x^2-x-2)^2\right]=\beta\cdot\left[(-1)^2-(-1)-2\right]^2=\beta\cdot 0=0\\ \alpha\cdot(x^2-x-2)^2\le(x^2-x-2)^2\cdot f(x)\le\beta\cdot(x^2-x-2)^2\end{array}\right\}\overset{\text{κριτήριο παρεμβολής}}{\Rightarrow}\boxed{\lim\limits_{x\to -1}f(x)=0}$$