

$$\alpha) \quad \boxed{f(x_1) = f(x_2)} \Rightarrow f(f(x_1)) = f(f(x_2)) \stackrel{f(f(x))=3x-2}{\Rightarrow} 3x_1 - 2 = 3x_2 - 2 \Rightarrow \\ \Rightarrow 3x_1 = 3x_2 \Rightarrow \boxed{x_1 = x_2}$$

β) Στη σχέση $f(f(x)) = 3x - 2$ θέτουμε $x = 1$ και έχουμε

$$f(f(1)) = 3 \cdot 1 - 2 \Rightarrow f(f(1)) = 1 \quad (1)$$

Ακόμη πάλι στην σχέση $f(f(x)) = 3x - 2$ θέτουμε $x = f(1)$ και έχουμε

$$f(f(f(1))) = 3f(1) - 2 \stackrel{(1)}{\Rightarrow} f(1) = 3f(1) - 2 \Rightarrow -2f(1) = -2 \Rightarrow \boxed{f(1) = 1}$$

$$\gamma) \quad (g \circ f)(e^x + 1) = x^3 + 1 \Rightarrow g(f(e^x + 1)) = x^3 + 1 \stackrel{\text{θέτουμε } x=0}{\Rightarrow} g(f(e^0 + 1)) = 0^3 + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow g(f(2)) = 1 \Rightarrow g^{-1}(g(f(2))) = g^{-1}(1) \stackrel{g^{-1}(1)=5}{\Rightarrow} f(2) = 5 \Rightarrow \boxed{f^{-1}(5) = 2}$$