

**4.17 1)**

Στη σχέση  $f(x + f(y)) = 2x + y - 3$  θέτουμε  $y = 1$  και έχουμε

$$f(x + f(1)) = 2x - 2 \quad (1) \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

Οπότε

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow f(x_1) + f(1) = f(x_2) + f(1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(f(x_1) + f(1)) = f(f(x_2) + f(1)) \stackrel{(1)}{\Rightarrow} 2x_1 - 2 = 2x_2 - 2 \Rightarrow 2x_1 = 2x_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 = x_2$$

Άρα η  $f$  είναι 1-1

**4.17 2)**

Στη σχέση  $f(2y + f(x)) = x + y - 5$  θέτουμε  $y = 0$  και έχουμε

$$f(2 \cdot 0 + f(x)) = x + 0 - 5 \Rightarrow f(f(x)) = x - 5 \quad (1) \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

Οπότε αν

$$\boxed{f(x_1) = f(x_2)} \Rightarrow f(f(x_1)) = f(f(x_2)) \stackrel{(1)}{\Rightarrow} x_1 - 5 = x_2 - 5 \Rightarrow \boxed{x_1 = x_2}$$

Άρα η  $f$  είναι 1-1

**4.17 3)**

Στη σχέση  $f(f(x) + f(y)) = 2x + 3y - 1$  θέτουμε  $y = 0$  και έχουμε

$$f(f(x) + f(0)) = 2x + 3 \cdot 0 - 1 \Rightarrow f(f(x) + f(0)) = 2x - 1 \quad (1) \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

Οπότε αν

$$\boxed{f(x_1) = f(x_2)} \Rightarrow f(x_1) + f(0) = f(x_2) + f(0) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(f(x_1) + f(0)) = f(f(x_2) + f(0)) \stackrel{(1)}{\Rightarrow} 2x_1 - 1 = 2x_2 - 1 \Rightarrow \boxed{x_1 = x_2}$$

Άρα η  $f$  είναι 1-1

**4.17 4)**

Στη σχέση  $f(2f(x) - 3f(y)) = 4xy^2 - x + 2y - 7$  θέτουμε  $y = 0$  και έχουμε

$$f(2f(x) - 3f(0)) = 4x \cdot 0^2 - x + 2 \cdot 0 - 7 \Rightarrow f(2f(x) - 3f(0)) = -x - 7 \quad (1) \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

Οπότε αν

$$\boxed{f(x_1) = f(x_2)} \Rightarrow 2f(x_1) = 2f(x_2) \Rightarrow 2f(x_1) - 3f(0) = 2f(x_2) - 3f(0) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(2f(x_1) - 3f(0)) = f(2f(x_2) - 3f(0)) \stackrel{(1)}{\Rightarrow} -x_1 - 7 = -x_2 - 7 \Rightarrow -x_1 = -x_2 \Rightarrow \boxed{x_1 = x_2}$$

Άρα η  $f$  είναι 1-1

**4.17 5)**

Στη σχέση  $f(2xf(x) + 3f(y)) = 5x - 4y + 2$  θέτουμε  $x = 0$  και έχουμε

$$f(2 \cdot 0f(0) + 3f(y)) = 5 \cdot 0 - 4y + 2 \Rightarrow f(3f(y)) = -4y + 2 \quad (1) \text{ για κάθε } y \in \mathbb{R}$$

Οπότε αν

$$\boxed{f(x_1) = f(x_2)} \Rightarrow 3f(x_1) = 3f(x_2) \Rightarrow f(3f(x_1)) = f(3f(x_2)) \Rightarrow$$

$$\stackrel{(1)}{\Rightarrow} -4x_1 + \cancel{2} = -4x_2 + \cancel{2} \Rightarrow -4x_1 = -4x_2 \Rightarrow \boxed{x_1 = x_2}$$

Άρα η f είναι 1 – 1